Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Российский химико-технологический университет имени Д. И. Менделеева»

Программа дополнительного профессионального образования
«Прикладные методы, средства и технологии искусственного интеллекта»

Дисциплина «Методы и системы искусственного интеллекта в организациях химической отрасли»

Семинар 1. Логические модели в системах, основанных на знаниях (смены состояний в аппаратах периодического действия, химико-технологических системах)»

Ведущий преподаватель: кандидат технических наук,
доцент **Михайлова Павла Геннадьевна**

Интерпретация

- Интерпретация формул в логике высказываний - это приписывание входящим в формулу атомам значений: “истина” и “ложь”.
- Интерпретация в логике предикатов - это задание области значений переменных и присвоение значений всем константам, предикатным и функциональным символам, встречающимся в этой формуле, в соответствии с рядом правил.

Григорьев Л.И., Степанкина О.А. Системы искусственного интеллекта: Учебное пособие. М.: РГУ нефти и газа им. И.М.Губкина,- 1998. 59 с.

Интерпретация

Интерпретация в логике предикатов приводит в итоге к определению характера логических формул, которые могут быть: **общезначимыми, противоречивыми или выполнимыми.**

- Формула является ***общезначимой*** тогда и только тогда, когда не существует никакой интерпретации, при которой формула принимает значение «ложь»:

$$\mathrm{A} \vee \bar{A}=1.$$

- Формула является ***противоречивой***, тогда и только тогда, когда не существует ни какой интерпретации, при которой формула принимает значение «истина»:

$$\mathrm{A} \wedge \bar{A}=0.$$

- Формула является ***выполнимой***, тогда и только тогда, когда существует хотя бы одна интерпретация, что формула принимает значение «истина».

Интерпретация

Практически **для исчисления высказываний интерпретация** сводится, в конечном счете, к **построению таблицы ис**тинности, на основании которой можно судить об общезначимости или противоречивости.

Интерпретация для логики предикатов становится сложной проблемой вследствие размерности задачи. Процесс интерпретации осуществляется с формулами, представленными в некотором каноническом виде. Если для логических формул в исчислении высказываний такой канонической формой служат **КНФ* (конъюнктивная нормальная форма**) или **ДНФ** (дизъюнктивная нормальная форма)**, то в логике **предикатов** это - **префиксная нормальная форма**.

По определению формула находится в **префиксной нормальной форме** тогда и только тогда, когда формула состоит из двух элементов: ***префикса***, состоящего из цепочки кванторов, и ***матрицы***, представляющей собой ***бескванторную формулу.***

Обозначим через Q любой квантор, а через M матрицу. Тогда префиксная форма может быть выражена как (Qx1) (Qx2)... (Qxn) M.

*Если логическая функция выражена посредством логического произведения элементарных дизъюнкций, то считается, что она задана своей КНФ: $F = (A + B)*(C + D) =(A \vee B) \wedge(C \vee D)$

**Если логическая функция выражена посредством логической суммы элементарных конъюнкций, то считается, что она задана своей ДНФ $F=A*B+C*D=(A \wedge B) \vee(C \wedge D)$

Для записи в префиксной нормальной форме используются следующие эквивалентные формы:

1. $\mathbf{A \rightarrow B = \overline{\mathit{A}} + B}$

2. $(Qx)A(x) \vee B = (Qx)(A(x) \vee B)$

3. $(Qx)A(x) \wedge B = (Qx)(A(x) \wedge B)$

4. $\mathbf{\overline{(\forall x)A(x)} = (\exists x)(\overline{\mathit{A}(\mathit{x})})}$

5. $\mathbf{\overline{(\exists x)A(x)} = (\forall x)(\overline{\mathit{A}(\mathit{x})})}$

6. $(\forall x)A(x) \wedge (\forall x)B(x) = (\forall x)(A(x) \wedge B(x))$

7. $(\exists x)A(x) \vee (\exists x)B(x) = (\exists x)(A(x) \vee B(x))$

8. $(Q1x)A(x) \vee (Q2y)B(y) = (Q1x)(Q2y)(A(x) \vee B(y))$

9. $(Q3x)A(x) \wedge (Q4y)B(y) = (Q3x)(Q4y)(A(x) \wedge B(y))$

Метод резолюций для логики высказываний

Основная идея решения задач с помощью логики состоит в:

- описании задачи с помощью логических формул;
- доказательстве общезначимости или противоречивости всей совокупности этих формул.

Наиболее распространенным методом доказательства общезначимости является ***метод резолюций***, который представляет собой процедуру поиска опровержения отрицания исходной гипотезы.

Пусть **S - множество дизъюнктов**, которые представляют стандартную форму **формул F**.

F - противоречива тогда, когда противоречиво S. Если S содержит пустой дизъюнкт, то S невыполнимо. Если S не содержит пустой дизъюнкт, то проверяется, может ли он быть получен из S.

Метод резолюций для логики высказываний

Дизъюнктом называется дизъюнкция **литер или литералов**. Множество литер - это синоним дизъюнкта. Дизъюнкт, содержащий *n* литер - “n-мерный дизъюнкт”. Дизъюнкт, не содержащий ни одной литеры, называется пустым. А пустой дизъюнкт всегда ложен, потому что в нем нет литер, которые могли бы быть истинными при любых интерпретациях.

В исчислении **предикатов литерал** - это атомарная формула или ее отрицание, где атомарная формула - это символ **предиката.**

Итак, метод резолюций сводится к поиску пустого дизъюнкта.

Литеры А и $\bar{A}$ называют ***контрарной парой*** {А, $\bar{A}$}.

Пусть в дизъюнкте А1 существуют литера l_1 контрарная литере l_2 в дизъюнкте А2. Вычеркнем l_1 , l_2 из указанных дизъюнктов и построим дизъюнкцию оставшихся, полученный дизъюнкт называется ***резольвентой***, и он представляет собой логическое следствие исходных. Получение из множества S пустого дизъюнкта является доказательством невыполнимости S.

Пример

1. Получить резольвенту из исходных дизъюнктов

F1: $A \vee B$,

F2: $\overline{A} \vee C$.

Резольвента R: $B \vee C$

2. Доказать, что формула C является логическим следствием:

F1: $A \rightarrow B$

F2: $B \rightarrow C$

F3: A

Решение.

Добавим F4: $\overline{C}$.

Перепишем исходные формулы, используя приведенные выше эквивалентные формы:

F1: $\overline{A} \vee B$.

F2: $\overline{B} \vee C$.

F3: A;

F4: $\overline{C}$.

Вычеркивание контрарных пар из F2 и F4 приводит к резольвенте R1: $\overline{B}$.

Сравнение R1: $\overline{B}$ и F1: $\overline{A} \vee B$ дает R2: $\overline{A}$ и далее R3: (пустой дизъюнкт).

Результат. Формула C является логическим следствием данных формул.

Метод резолюций для логики предикатов

Как было показано, если дизъюнкты не содержат переменных, то нахождение в двух дизъюнктах контрарных пар является простой процедурой. Если дизъюнкты содержат переменные, то их необходимо ***унифицировать***. Это означает: найти такую подстановку, чтобы исходные дизъюнкты содержали контрарные пары. Здесь термин “унификация” означает сопоставление. Унификацию используют для того, чтобы показать как литеры могут быть приведены в соответствие между собой.

A(x) $\overline{\mathrm{A}(x)}$

x=1, 2, 3…

Метод резолюций для логики предикатов

В **логике предикатов для приведения к стандартной форме** записи необходимо реализовать ряд этапов.

1.Исключение символов импликации. Например,

$(\forall x)(A(x) \to B(x)) = (\forall x)(\overline{A(x) \vee B(x)})$

2.**Перенос символа отрицания внутрь формулы**, то есть каждое отрицание должно относится к одной атомарной формуле. Это реализуется с использованием формул де Моргана.

3.Разделение переменных. Переменная, связанная некоторым квантором, в пределах области действия этого квантора, может быть заменена любой другой переменной, не встречающейся ранее в данной формуле. Это нужно, чтобы каждому квантору соответствовала только одна, свойственная ему переменная.

$$(\forall x)\big(A(x)\big) \wedge (\exists x)B(x)$$

заменяется на:

$$(\forall x)\big(A(x)\big) \wedge (\exists y)B(y)$$

4.Исключение квантора существования из формул. Переменная, связанная квантором существования, может быть заменена функцией, называемой *сколемовской* функцией (функцией Сколема). Например, ∃x A(x) можно заменить A(b) при x = b и b = const.

5.Преобразование к префиксной нормальной форме. Все кванторы общности переводятся в начало формулы. При этом область действия каждого квантора включает всю формулу. Все переменные связаны, и формула состоит из префикса и матрицы. Тогда префикс можно просто убрать или опустить.

6. Приведение к конъюнктивной нормальной форме. На этом этапе формулу записывают в виде совокупности дизъюнктов, соединенных между собой функцией конъюнкции.

7. Исключение символов конъюнкции.

Метод резолюций для логики предикатов

Каждая **формула исчисления предикатов эквивалентна совокупности дизъюнктов**, состоящих из литералов и соединенных между собой символами дизъюнкции. Слово совокупность подчеркивает, что порядок дизъюнктов не играет роли.

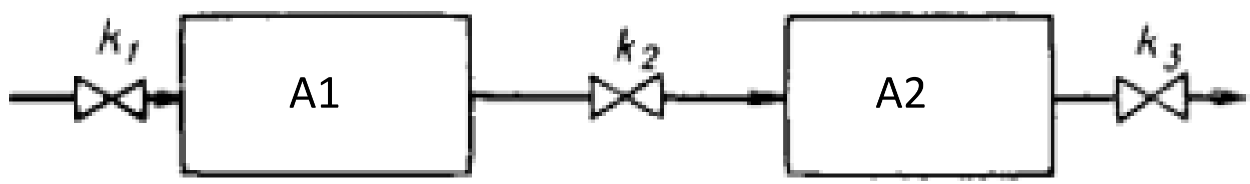
Если множество исходных гипотез непротиворечиво, то надо добавить к нему дизъюнкты с отрицанием целевого высказывания. **Получение пустого дизъюнкта показывает, что доказываемое высказывание истинно**. Сравнение дизъюнктов начинается всегда с целевого дизъюнкта.

Так как механизмом логического вывода при представлении **модели знаний на основе логики предикатов служит метод резолюций**, **и доказательство общезначимости сводится к противоречивости отрицания исходной гипотезы.**

Пример. Логическая модель процесса взаимодействия АПД

Рассмотрим логическую модель процесса взаимодействия двух последовательно соединенных технологических аппаратов периодического действия (см. рис.).

Пусть по мере готовности в аппарате *А1* промежуточный продукт должен передаваться в аппарат *А2.* Взаимодействие аппаратов *А1* и *А2* начинается тогда, когда открывается клапан *k2* на выходе аппарата *А1* и закрывается клапан *k3* на выходе аппарата *А2.*



Кафаров В. В., Макаров В. В. Гибкие автоматизированные производственные системы в химической промышленности : учебник. – М. : Химия, 1990. – 319 с.

Пример. Логическая модель процесса взаимодействия АПД

Введем следующие утверждения:

- ГВ — передающий аппарат А1 готов к выгрузке промежуточного продукта;
- ГЗ — принимающий аппарат А2 готов к загрузке промежуточного продукта.

Определим следующие команды:

- ОК — открыть клапан k2,
- ЗК — закрыть клапан k3.

Тогда исходная аксиома, моделирующая начало взаимодействия аппаратов А1 и А2, будет иметь вид:

- ГВ $\wedge$ ГЗ $\rightarrow$ ОК $\wedge$ ЗК.

Пример. Логическая модель процесса взаимодействия АПД

Пусть теперь известно, что в действительности **аппарат *А1* готов к выгрузке, а аппарат *А2* к загрузке,** что соответственно может быть формализовано в виде утверждений ***ГВ, ГЗ*.**

Следовательно, модель начала взаимодействия аппаратов *А1*, и *А2* примет вид следующих формул логики высказываний:

F1: ГВ $\wedge$ ГЗ $\rightarrow$ ОК $\wedge$ ЗК

F2: ГВ

F3: ГЗ

S: ОК $\wedge$ ЗК

Пример. Логическая модель процесса взаимодействия АПД

Отрицая *S* и преобразовав аксиому начала взаимодействия к дизъюнктивной нормальной форме, получим эквивалентную систему формул:

F’1: $\overline{\text{ГВ}} \vee \overline{\text{ГЗ}} \vee \text{ОК}$

F’’1: $\overline{\text{ГВ}} \vee \overline{\text{ГЗ}} \vee \text{ЗК}$

F2: ГВ

F3: ГЗ

S’: $\overline{\text{ОК}} \vee \overline{\text{ЗК}}$

F’1: $\overline{\text{ГВ}} \vee \overline{\text{ГЗ}} \vee \text{ОК}$

F’’1: $\overline{\text{ГВ}} \vee \overline{\text{ГЗ}} \vee \text{ЗК}$

F2: ГВ

F3: ГЗ

F4: $\overline{\text{ГЗ}} \vee \text{ОК}$

F5: $\overline{\text{ГЗ}} \vee \text{ЗК}$

F6: ОК

F7: ЗК

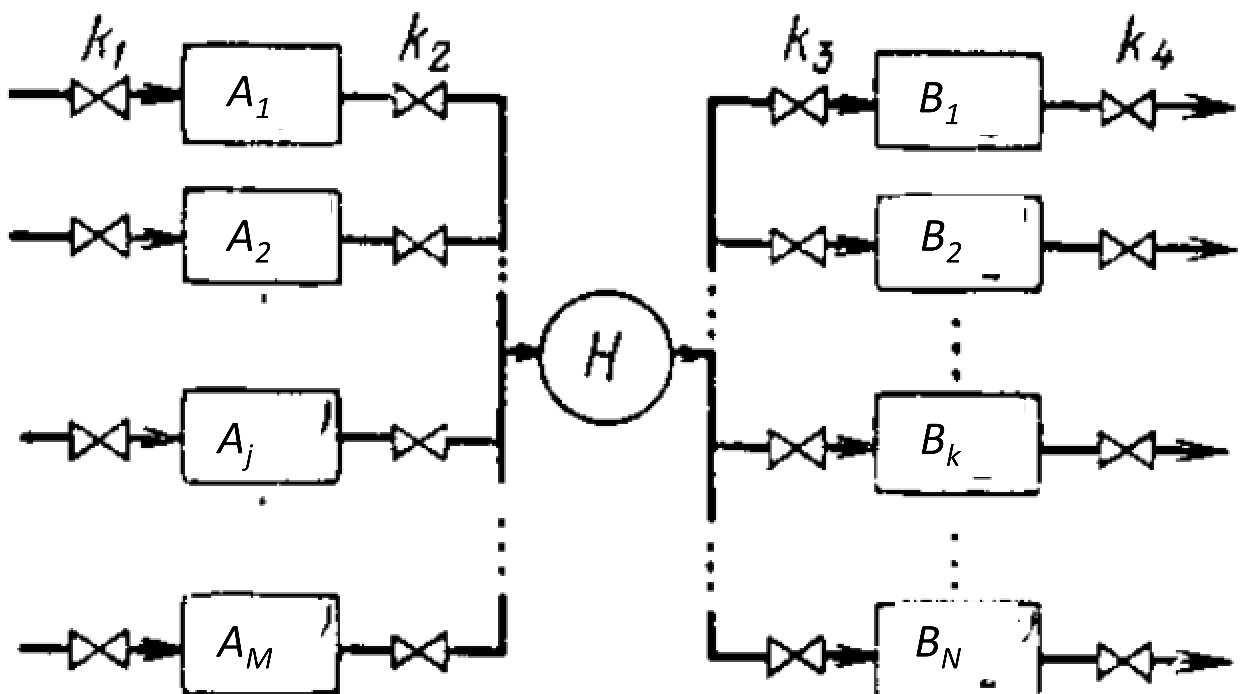
S’: $\overline{\text{ОК}} \vee \overline{\text{ЗК}}$

F8: $\overline{\text{ЗК}}$

F8: $\overline{}$

Пример. Логическая модель процесса взаимодействия АПД (с использованием логики предикатов)

Рассмотрим взаимодействие аппаратурных стадий, образованных группами параллельно включенных аппаратов (см. рис.). В этом случае группа подающих аппаратов $a \in A$ соединена единственным коллектором с группой приемных аппаратов $b \in B$. Число аппаратов в каждой из групп различно: причем имеется возможность транспортировать массу из любого аппарата $a \in A$ в любой из аппаратов $b \in B$.



Пример. Логическая модель процесса взаимодействия АПД (с использованием логики предикатов)

В общем случае можно обозначить интерактивную операцию v, понимая под ней любое взаимодействие произвольных аппаратов a и b.

Пусть ***ГВ (a, v), ГВ (b, v*** **) соответственно предикаты, выражающие готовность аппаратов к взаимодействию v ,**

КВ **(*a, v*); *КВ (b, v*) — команды взаимодействия v аппаратов a, b;**

СВ **(k) — предикат, выражающий свободность коллектора.**

Тогда модель управления взаимодействием аппаратов будет и меть вид:

$(\forall v \forall a \forall b)\ \{[ГВ\ (a, v) \wedge ГВ\ (b, v) \wedge СВ\ (k)] \rightarrow КВ\ (a, v) \wedge КВ\ (b, v)\}$

т. е. для всех видов взаимодействий ***v***, а также для всех аппаратов ***a*** и ***b*** справедливо следующее утверждение: если аппарат ***a*** готов к взаимодействию ***v***, аппарат ***b*** готов тоже к взаимодействию ***v*** и при этом отсутствует транспорт вещества из какого-либо другого аппарата передающей стадии в какой-либо другой аппарат приемной стадии (коллектор свободен), то следует обеспечить взаимодействие аппарата ***a*** с аппаратом ***b.***

Пример. Логическая модель процесса взаимодействия АПД (с использованием логики предикатов)

Пусть поступили сигналы *ГВ* (a, v) и *ГВ* (*b*, *v*), обозначающие готовность к взаимодействию конкретных аппаратов a и *b*.

Пусть также известно, что коллектор k свободен, т. е. *СВ(k)*. Тогда исходная система аксиом и фактических состояний аппаратов будет иметь следующий вид:

F1: $(\forall \mathbf{v} \forall \mathbf{a} \forall \mathbf{b})\ \{[ГВ\ (\mathrm{a}, \mathrm{v}) \wedge ГВ\ (b,\ v) \wedge СВ\ (k)] \rightarrow КВ\ (\mathrm{a}, \mathrm{v}) \wedge КВ\ (b,\ v)\}$

F2: $ГВ\ (\mathrm{a}, \mathrm{v})$

F3: $ГВ\ (b,\ v)$

<u>F4: $СВ(k)$</u>

S: $(\exists \mathbf{a} \exists \mathbf{b})\ КВ\ (\mathrm{a}, \mathrm{v}) \wedge КВ\ (b,\ v)$

показывающая, что существуют такие аппараты $a \in A$ и $b \in B$, между которыми устанавливается взаимодействие.

Пример. Логическая модель процесса взаимодействия АПД (с использованием логики предикатов)

$(\forall v \forall a \forall b)\ \{[ГВ\ (a, v) \wedge ГВ\ (b, v) \wedge СВ\ (k)] \rightarrow КВ\ (a, v) \wedge КВ\ (b, v)\ \}$

Исключим импликацию, воспользовавшись теоремой

$A \rightarrow B = \overline{A} \vee B$

$(\forall v \forall a \forall b)\ \{[\overline{ГВ\ (a, v) \wedge ГВ\ (b, v) \wedge СВ\ (k)}] \vee [КВ\ (a, v) \wedge КВ\ (b, v)]\ \}$

$\overline{A \wedge B} = \overline{A} \vee \overline{B}$

$(\forall v \forall a \forall b)\ \{[\overline{ГВ\ (a, v)} \vee \overline{ГВ\ (b, v)} \vee \overline{СВ\ (k)}] \vee [КВ\ (a, v) \wedge КВ\ (b, v)]\ \}$

$A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$

Получим следующие дизъюнктивные предложения:

$[\overline{ГВ\ (a, v)} \vee \overline{ГВ\ (b, v)} \vee \overline{СВ\ (k)}] \vee КВ\ (a, v)$

$[\overline{ГВ\ (a, v)} \vee \overline{ГВ\ (b, v)} \vee \overline{СВ\ (k)}] \vee КВ\ (b, v)$

Пример. Логическая модель процесса взаимодействия АПД (с использованием логики предикатов)

S: $(\exists \mathbf{a} \exists \mathbf{b})\ KB(\mathrm{a}, \mathrm{v}) \wedge KB(b, v)$

S’: $(\exists \mathbf{a} \exists \mathbf{b})\ \overline{KB(\mathrm{a}, \mathrm{v}) \wedge KB(b, v)}$

S’:$(\exists \mathbf{a} \exists \mathbf{b})\ [\overline{KB(\mathrm{a}, \mathrm{v})} \vee \overline{KB(b, v)}]$ (1)

Избавимся от кванторов существования, вводя функции Сколема. Так как кванторы существования не находятся в области действия кванторов общности, в качестве функций Сколема можно выбрать некоторые константы, обозначающие конкретные аппараты а и *Ь.* Тогда выражение (1) примет вид:

S’: $\overline{KB(\mathrm{a}, \mathrm{v})} \vee \overline{KB(b, v)}$

Пример. Логическая модель процесса взаимодействия АПД (с использованием логики предикатов)

Окончательно система аксиом взаимодействия АПД и логическое следствие из нее примут вид:

F1’: $[\overline{ГВ\ (\mathrm{a}, \mathrm{v})} \vee \overline{ГВ\ (b, v)} \vee \overline{СВ\ (k)}] \vee КВ\ (\mathrm{a}, \mathrm{v})$

F1’’: $[\overline{ГВ\ (\mathrm{a}, \mathrm{v})} \vee \overline{ГВ\ (b, v)} \vee \overline{СВ\ (k)}] \vee КВ\ (b, v)$

F2: $ГВ\ (\mathrm{a}, \mathrm{v})$

F3: $ГВ\ (b, v)$

<u>F4: $СВ(k)$</u>

S’: $\overline{КВ\ (\mathrm{a}, \mathrm{v})} \vee \overline{КВ\ (b, v)}$

Пример. Логическая модель процесса взаимодействия АПД (с использованием логики предикатов)

F1’: $[\overline{ГВ\ (\mathrm{a}, \mathrm{v})} \vee \overline{ГВ\ (b, v)} \vee \overline{СВ\ (k)}] \vee КВ\ (\mathrm{a}, \mathrm{v})$

F1’’: $[\overline{ГВ\ (\mathrm{a}, \mathrm{v})} \vee \overline{ГВ\ (b, v)} \vee \overline{СВ\ (k)}] \vee КВ\ (b, v)$

F2: $ГВ\ (\mathrm{a}, \mathrm{v})$

F3: $ГВ\ (b, v)$

F4: $СВ(k)$

F5: $\overline{ГВ\ (\mathrm{a}, \mathrm{v})} \vee \overline{ГВ\ (b, v)} \vee КВ\ (\mathrm{a}, \mathrm{v})$

F6: $\overline{ГВ\ (\mathrm{a}, \mathrm{v})} \vee \overline{ГВ\ (b, v)} \vee КВ\ (b, v)$

F7: $\overline{ГВ\ (b, v)} \vee КВ\ (\mathrm{a}, \mathrm{v})$

F8: $\overline{ГВ\ (b, v)} \vee КВ\ (b, v)$

F9: $КВ\ (\mathrm{a}, \mathrm{v})$

F10: $КВ\ (b, v)$

S’: $\overline{КВ\ (\mathrm{a}, \mathrm{v})} \vee \overline{КВ\ (b, v)}$

F11: $\overline{КВ\ (b, v)}$

F12: $\overline{}$