Нечеткие модели принятия решений при управлении химико-технологическими объектами

Бурляева Елена Валерьевна,
д.т.н., профессор
каф. Информационных систем в химической технологии,
МИРЭА – Российский технологический университет,
e-mail k2462112@yandex.ru

ОСНОВЫ ТЕОРИИ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ

Концепция «нечеткости»

Fuzzy – нечеткий, размытый.

Автор концепции «размытости» – Л.Заде (Калифорнийский университет, середина 1960-х):

- «Я считаю, что излишнее стремление к точности стало оказывать действие, сводящее на нет теорию управления и теорию систем, так как оно приводит к тому, что исследования в этой области сосредоточиваются на тех и только тех проблемах, которые поддаются точному решению.

  В результате многие классы важных проблем, в которых данные, цели и ограничения являются слишком сложными или плохо определенными для того, чтобы допустить точный математический анализ, оставались и остаются в стороне.

  Для того чтобы сказать что-либо существенное для проблем подобного рода, мы должны **отказаться от наших требований точности и допустить результаты, которые являются несколько размытыми или неопределенными»**

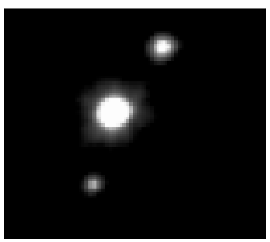
История развития и применения нечетких множеств

1. Конец 1960-х – середина 1970-х гг
   Разработка математических основ теории нечеткости

2. 1970-е – 1980-е
   Практическое применение теории нечеткости

   ✓ Понимание текстов на естественном языке

   ✓ Обработка сигналов и распознавание образов

   Карликовая планета Хаумеа и ее спутники, фото телескопа Хаббл, 2015

   ✓ Управление техническими системами

3. С середины 1980х – «бум нечеткости»
   Применение теории нечеткости при анализе данных
   (в том числе в экономических и социальных науках)

Некоторые применения нечетких множеств

1974 – управление котлами электростанций

1976 – управление печью при производстве цемента

1991 – управление поездами метро (Hitachi)

1991 – видеокамера со стабилизацией изображения

1993 - автоматические коробки передач (Nissan)

1990 – управление кардиостимулятором

1995 - химические реакторы

1990 – кондиционеры и вентиляционное оборудование

1990 – медицинская диагностика

1994 – управление движением транспорта

Нечеткие множества (НМ)

Нечеткое множество – это совокупность **упорядоченных пар**, составленных из элементов базового множества U и **степени принадлежности** этого элемента множеству μ (числа в интервале от 0 до 1)

$$\mathbf{A=\{(x, \mu_A(x)) | \ x \in U \ и \ \mu_A(x) \in [0,1]\}}$$

Логическая интерпретация понятия нечеткого множества: степень принадлежности элемента нечеткому множеству отражает степень истинности высказывания $x \in U$

Пример:

Пусть U – множество {Андреев, Борисов, Владимиров, Григорьев, Денисов, Егоров}. Опишем на этом множестве множество людей высокого роста:

классическое множество: {Андреев, Владимиров, Денисов}

нечеткое множество: {(Андреев, 0,8), (Борисов, 0,5), (Владимиров, 1), (Григорьев, 0,2), (Денисов, 0,8), (Егоров, 0,6)}

Примеры функции принадлежности

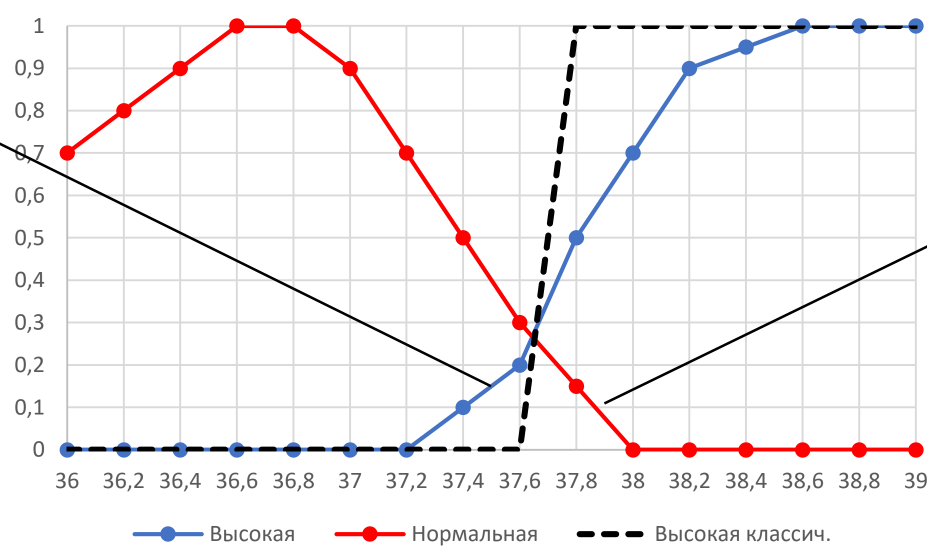
Функция принадлежности характеризует степень выраженности некоторого свойства.

Пример:

Свойство – температура тела человека.

Для этого свойства построим нечеткие множества «Нормальная» и «Высокая».

S–образная функция принадлежности (ступень); крайние характеристики; монотонна



трапециевидная (П–образная) функция принадлежности; средние характеристики; имеет экстремум

Взаимосвязь между классическими и нечеткими множествами

1. При определении нечеткого множества используется понятие классического множества – базового множества U
2. Любое классическое множество можно рассматривать как нечеткое. Если элемент входит в классическое множество, его степень принадлежности равна 1, если не входит – 0.

Пример:

Пусть U – множество
{Андреев, Борисов, Владимиров, Григорьев, Денисов, Егоров}.

Классическое множество:

{Андреев, Владимиров, Денисов}

можно рассматривать как нечеткое множество:

{(Андреев, 1), (Борисов, 0), (Владимиров, 1), (Григорьев, 0), (Денисов, 1), (Егоров, 0)}

Особо выделяемые нечеткие множества

Пустым называют **нечеткое множество**, у которого
для каждого элемента базового множества U
степень принадлежности этого элемента множеству равна 0.

Единичным называют **нечеткое множество**, у которого
для каждого элемента базового множества U
степень принадлежности этого элемента множеству равна 1.

Нечеткое множество нормально,
если существует такой элемент базового множества U,
степень принадлежности которого равна 1.
В противном случае нечеткое множество называется
субнормальным.

Нечеткое множество унимодально, если существует
единственный элемент базового множества U,
степень принадлежности которого равна 1.

Точками перехода нечеткого множества называются
его элементы, степень принадлежности которых равна 0,5.

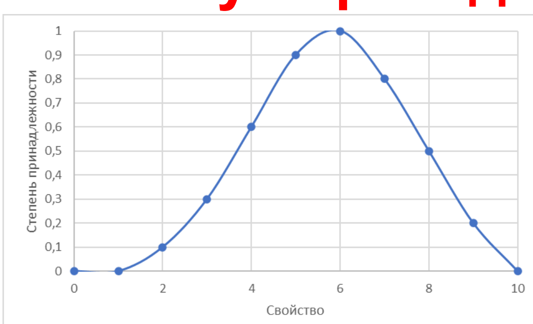
Пример проверки свойств нечетких множеств

Пусть U – множество
{Андреев, Борисов, Владимиров, Григорьев, Денисов, Егоров}.
Рассмотрим нечеткое множество
A = {(Андреев, 0,8), (Борисов, 0,5), (Владимиров, 1), (Григорьев, 0,2), (Денисов, 0,8), (Егоров, 0,6)}.
Это множество:

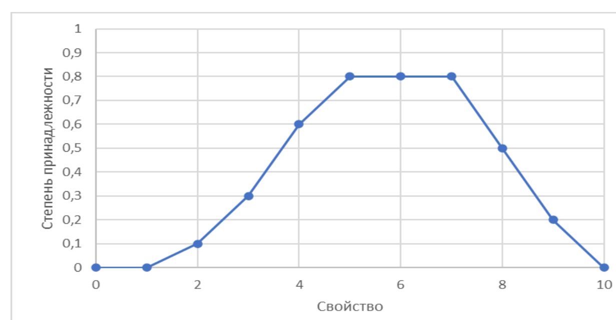
1) **нормально**, т.к. **существует** элемент (Владимиров), степень принадлежности которого равна 1;

2) **унимодально**, т.к. элемент, степень принадлежности которого равна 1, **единственный**;

3) имеет **точку перехода** Борисов



Нормальное, унимодальное НМ



Субнормальное НМ

Уровни нечетких множеств

Множеством уровня y нечеткого множества A называют классическое множество, состоящее из элементов базового множества U, степень принадлежности которых множеству A больше y.

$$A_y=\{x \mid x \in U \text{ и } \mu_A(x) \geq y\}$$

Ядром нечеткого множества A называют классическое множество, состоящее из элементов базового множества U, степень принадлежности которых множеству A равна 1.

Носителем нечеткого множества A называют классическое множество, состоящее из элементов базового множества U, степень принадлежности которых множеству A больше 0.

Пример разделения нечетких множеств на уровни

Рассмотрим нечеткое множество

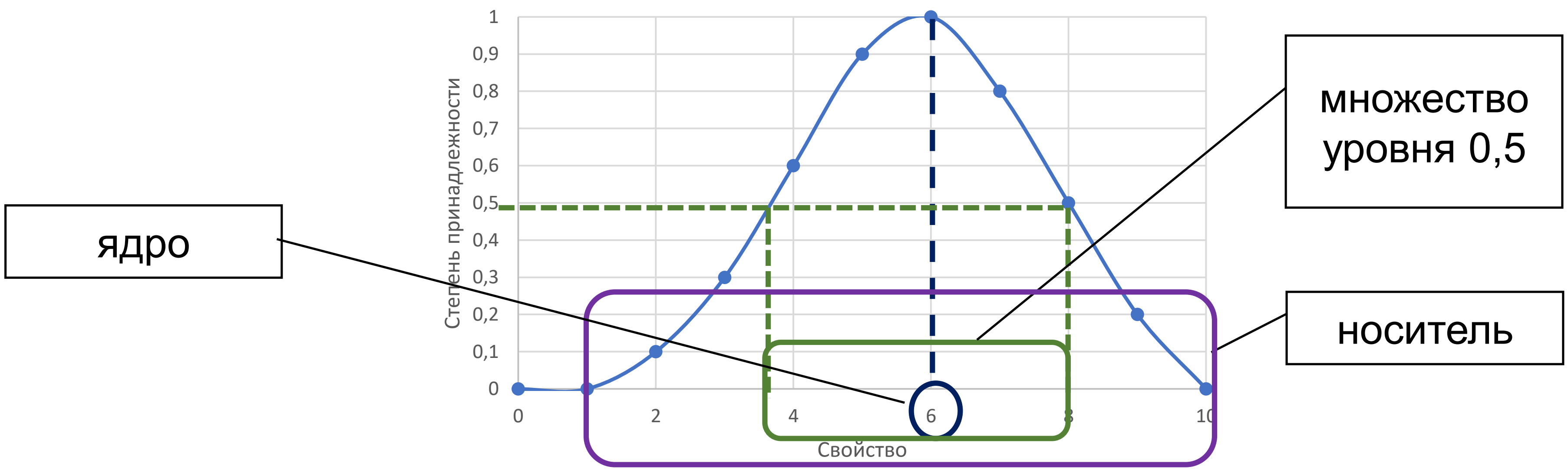
A = {(Андреев, 0,8), (Борисов, 0,5), (Владимиров, 1), (Григорьев, 0,2), (Денисов, 0,9), (Егоров, 0,6), (Захаров, 0)}.

$A_{0,5}$ = {Андреев, Борисов, Владимиров, Денисов, Егоров}

$A_{0,8}$ = {Андреев, Владимиров, Денисов}

A_1 = {Владимиров} – **ядро НМ**

$A_{>0}$ = {Андреев, Борисов, Владимиров, Григорьев, Денисов, Егоров} – **носитель НМ**



Отношения на нечетких множествах

РАВЕНСТВО

Если для каждого элемента универсального множества степени принадлежности этих элементов нечетким множествам A и B **равны**, нечеткие множества A и B называются **равными**.

A=B тогда и только тогда, когда для любого $x \in U$ $\mu_A(x)=\mu_B(x)$

ДОМИНИРОВАНИЕ (аналог включения)

Множество A **доминирует** множество B, если степень принадлежности каждого элемента универсального множества множеству A **больше или равна** степени принадлежности этого элемента множеству B. (обозначается **$A \geq B$**).

$A \geq B$ тогда и только тогда, когда для любого $x \in U$ $\mu_A(x) \geq \mu_B(x)$

Если для классических множеств $B \subseteq A$, то $A \geq B$.

Примеры проверки отношений на нечетких множествах

1. Пусть U – множество {А, Б, В, Г, Д, Е}.

Рассмотрим нечеткие множества
S = {(А, 0,8), (Б, 0,5), (В, 1), (Г, 0,2), (Д, 0,8), (Е, 0,6)} и
R = {(А, 0,7), (Б, 0,5), (В, 1), (Г, 0), (Д, 0,6), (Е, 0,5)}

Для каждого элемента множества U $\mu_s(x) \geq \mu_R(x)$, поэтому $S \geq R$

2. Пусть U – множество {А, Б, В, Г, Д, Е}.

Рассмотрим классические множества
S = {А, Б, В} и R = {Б, В} $R \subseteq S$

Построим соответствующие заданным нечеткие множества:

S = {(А, 1), (Б, 1), (В, 1), (Г, 0), (Д, 0), (Е, 0)}
R = {(А, 0), (Б, 1), (В, 1), (Г, 0), (Д, 0), (Е, 0)}

Для каждого элемента множества U $\mu_S(x) \geq \mu_R(x)$, поэтому $S \geq R$

Объединение нечетких множеств (максимум)

Объединение двух НМ – НМ,
степень принадлежности элемента которого вычисляется как **максимум** из степеней принадлежности этого элемента исходным НМ.

$$R \cup S = \{(x,\mu(x))|\ x \in U \text{ и } \mu(x)=\max(\mu_R(x),\mu_S(x))\}$$

Пример:

	R	**S**	**R∪S**
А	0,8	0,5	0,8
Б	0,5	0,3	0,5
В	1	0,8	1
Г	0,2	0,6	0,6
Д	0,8	0	0,8
Е	0,6	0,7	0,7

Свойства объединения: $R \cup S \geq R$ $\qquad$ $R \cup S \geq S$

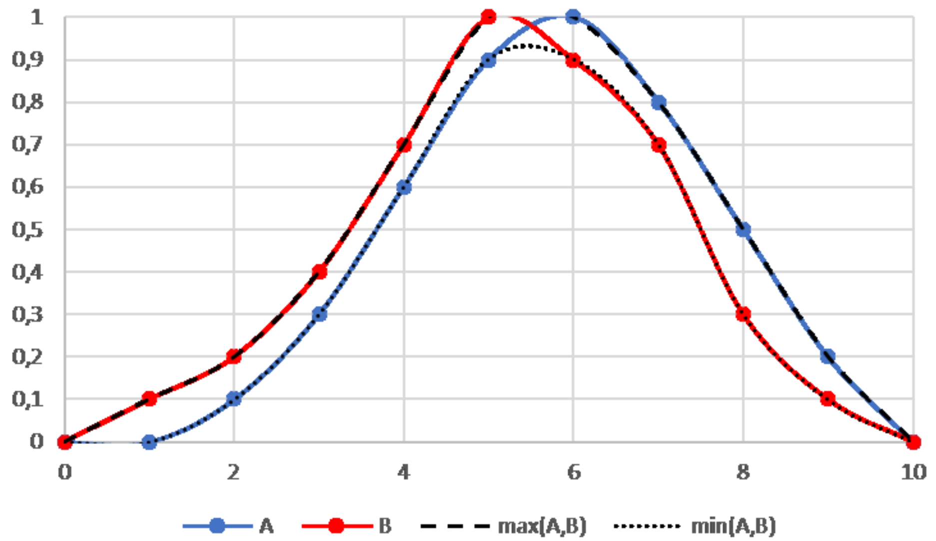
Пересечение нечетких множеств (минимум)

Пересечение двух НМ – НМ,
степень принадлежности элемента которого вычисляется как **минимум** из степеней принадлежности этого элемента исходным НМ.

$$R \cap S = \{(x, \mu(x)) \mid x \in U \text{ и } \mu(x) = \min(\mu_R(x), \mu_S(x))\}$$

Примеры:

	R	S	R∩S
А	0,8	0,5	0,5
Б	0,5	0,3	0,3
В	1	0,8	0,8
Г	0,2	0,6	0,2
Д	0,8	0	0
Е	0,6	0,7	0,6



Свойства пересечения: $R \geq R \cap S$ $S \geq R \cap S$

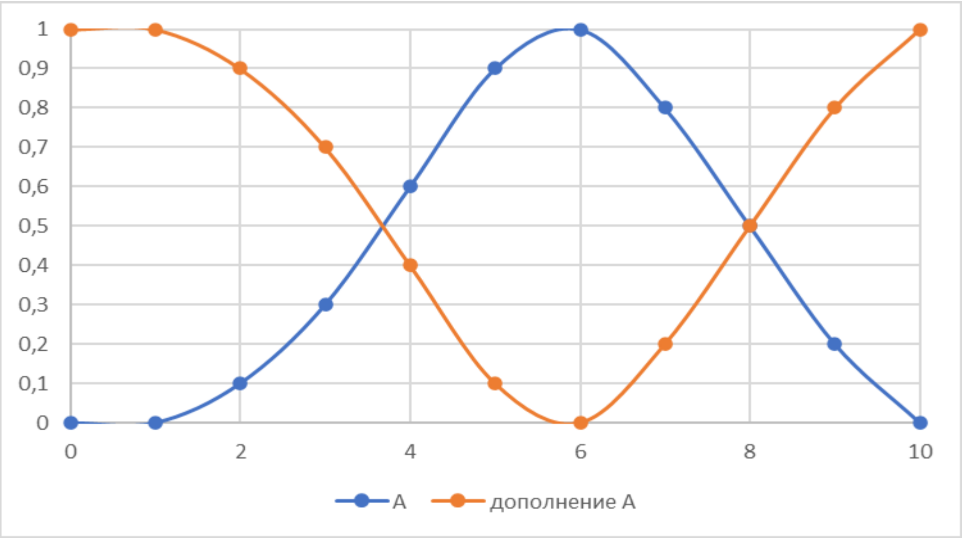
Дополнение нечеткого множества

Дополнение НМ – НМ,
степень принадлежности элемента которого вычисляется как **разность** из 1 и степени принадлежности этого элемента исходному НМ.

$$\sim R=\{(x,\mu(x))|\ x\in U \text{ и } \mu(x)=1-\mu_R(x)\}$$

Примеры:

	R	~R
А	0,8	0,2
Б	0,5	0,5
В	1	0
Г	0,2	0,8
Д	0,8	0,2
Е	0,6	0,4



Если НМ R описывает множество высоких людей,
то его дополнение – множество людей маленького роста.

Концентрирование нечеткого множества

Концентрирование НМ – НМ,
степень принадлежности элемента которого вычисляется
как **квадрат** степени принадлежности этого элемента исходному НМ

$$R^2=\{(x,\mu(x))|\ x\in U \text{ и } \mu(x)=(\mu_R(x))^2\}$$

Пример:

	R	**R^2**
А	0,8	0,64
Б	0,5	0,25
В	1	1
Г	0,2	0,04
Д	0,8	0,64
Е	0,6	0,36

Если НМ R описывает множество высоких людей,
то его концентрирование – множество людей **очень** высокого роста.

Свойство концентрирования: $R \geq R^2$

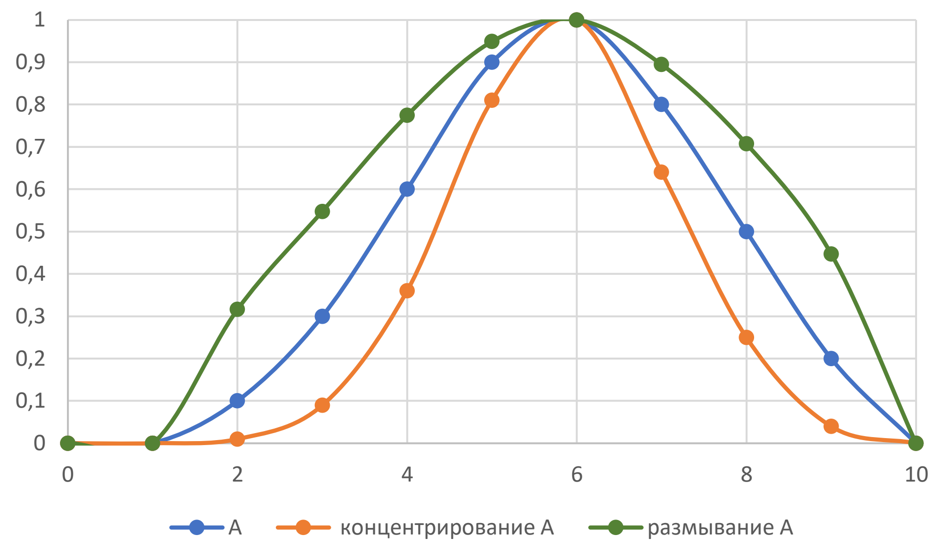
Размывание нечеткого множества

Размывание НМ – НМ,
степень принадлежности элемента которого вычисляется как **квадратный корень** из степени принадлежности этого элемента исходному НМ.

$$\sqrt{R}=\{(x,\mu(x))|\ x\in U \text{ и } \mu(x)=\sqrt{\mu_R(x)}\}$$

Примеры:

	R	√R
А	0,8	0,894
Б	0,5	0,707
В	1	1,000
Г	0,2	0,447
Д	0,8	0,894
Е	0,6	0,775



Если НМ описывает свойство, то его размывание – уменьшение этого свойства («высокий» - «**скорее** высокий»).

Свойство размывания: $\sqrt{R} \geq R$

Алгебраическое определение объединения и пересечения

Пересечение (алгебраическое произведение)

$$R \cap S=\{(x,\mu(x)) | \ x \in U \text{ и } \mu(x)= \mu_R(x) * \mu_S(x))\}$$

Объединение (алгебраическая сумма)

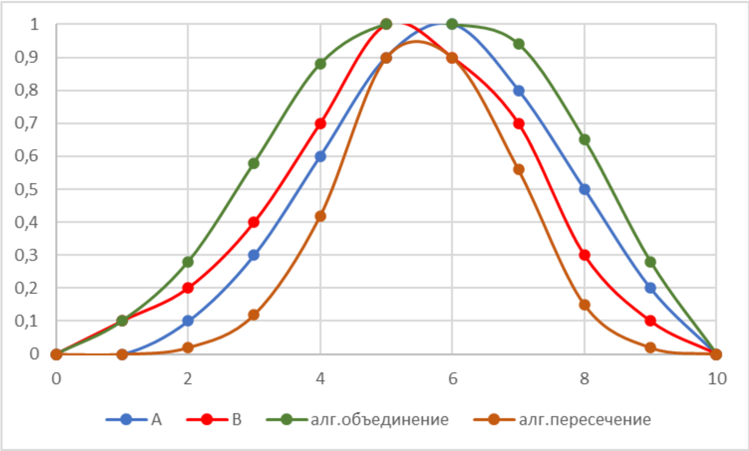
$$R \cup S=\{(x,\mu(x)) | \ x \in U \text{ и } \mu(x)= \mu_R(x)+\mu_S(x)- \mu_R(x)*\mu_S(x))\}$$

Свойства:

$R \cup S \geq R$ $\quad$ $R \cup S \geq S$ $\quad$ $R \geq R \cap S$ $\quad$ $S \geq R \cap S$

Примеры:

	R	S	R∩S	R∪S
А	0,8	0,5	0,4	0,9
Б	0,5	0,3	0,15	0,65
В	1	0,8	0,8	1
Г	0,2	0,6	0,12	0,68
Д	0,8	0	0	0,8
Е	0,6	0,7	0,42	0,88



Ограниченное определение объединения и пересечения

Пересечение

$R \cap S = \{(x, \mu(x)) \mid x \in U$ и $\mu(x) = \max(0, \mu_R(x) + \mu_S(x) - 1)\}$

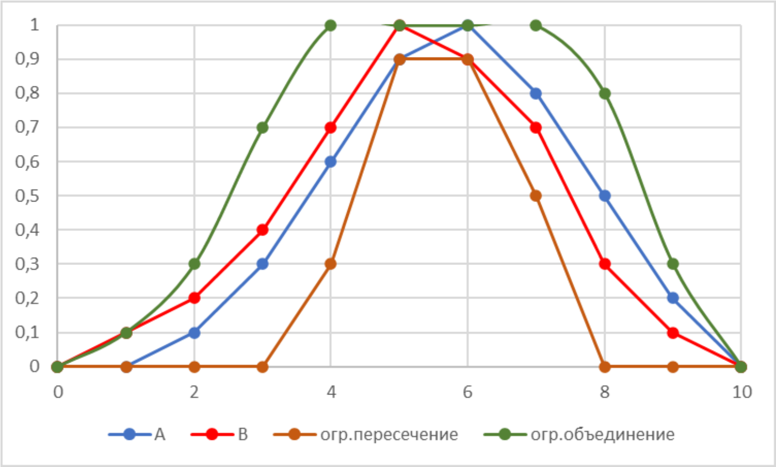
Объединение

$R \cup S = \{(x, \mu(x)) \mid x \in U$ и $\mu(x) = \min(1, \mu_R(x) + \mu_S(x))\}$

Свойства: $R \cup S \geq R$ $\quad R \cup S \geq S$ $\quad R \geq R \cap S$ $\quad S \geq R \cap S$

Примеры:

	R	S	$R \cap S$	$R \cup S$
А	0,8	0,5	0,3	1
Б	0,5	0,3	0	0,8
В	1	0,8	0,8	1
Г	0,2	0,6	0	0,8
Д	0,8	0	0	0,8
Е	0,6	0,7	0,3	1



Взаимосвязь операций

Пусть заданы НМ А и В. Обозначим:

C1 - пересечение, определенное как минимум,

C2 - алгебраическое пересечение,

C3 - ограниченное пересечение,

D1 – объединение, определенное как максимум,

D2 - алгебраическое объединение,

D3 - ограниченное объединение.

Тогда

$D3 \geq D2 \geq D1 \geq A$　　**$D3 \geq D2 \geq D1 \geq B$**

$A \geq C1 \geq C2 \geq C3$　　**$B \geq C1 \geq C2 \geq C3$**

Законы теории множеств (коммутативность, ассоциативность, границы)

КОММУТАТИВНОСТЬ

$R \cup S = S \cup R$ $\qquad$ $R \cap S = S \cap R$

АССОЦИАТИВНОСТЬ

$(R \cup S) \cup P = R \cup (S \cup P)$ $\qquad$ $(R \cap S) \cap P = R \cap (S \cap P)$

СУЩЕСТВОВАНИЕ ГРАНИЦ

$R \cup \varnothing = R$ $\qquad$ $R \cap \varnothing = \varnothing$

$R \cup E = E$ $\qquad$ $R \cap E = R$

($\varnothing$ - пустое НМ, E - единичное НМ)

выполняются для любых определений объединения и пересечения

Законы теории множеств (идемпотентость)

ИДЕМПОТЕНТНОСТЬ

$R \cup R = R$ $R \cap R = R$

Выполняются

для операций, определенных как максимум и минимум,
не выполняются для алгебраических и ограниченных.

Пример: проверим $R \cap R = R$

	R	$(R \cap R)$ алг	$(R \cap R)$огр
А	0,8	0,64	0,6
Б	0,5	0,25	0
В	1	1	1
Г	0,2	0,04	0
Д	0,8	0,64	0,6
Е	0,6	0,36	0,2

Законы теории множеств (дополнительность)

ДОПОЛНИТЕЛЬНОСТЬ:

$R \cup (\sim R) = U$ $\qquad$ $R \cap (\sim R) = \varnothing$

Выполняются для ограниченных операций, не выполняются для алгебраических и определенных как максимум и минимум.

Пример: проверим $R \cap (\sim R) = \varnothing$

	R	~R	(R∩~R)мин	(R∩~R)алг	(R∩~R)огр
А	0,8	0,2	0,2	0,16	0
Б	0,5	0,5	0,5	0,25	0
В	1	0	0	0	0
Г	0,2	0,8	0,2	0,16	0
Д	0,8	0,2	0,2	0,16	0
Е	0,6	0,4	0,4	0,24	0

Законы теории множеств (дистрибутивность)

ДИСТРИБУТИВНОСТЬ

$$R \cap (S \cup P) = (R \cap S) \cup (R \cap P)$$

$$R \cup (S \cap P) = (R \cup S) \cap (R \cup S)$$

Выполняются
для операций, определенных как максимум и минимум,
не выполняются для алгебраических и ограниченных.

Пример: проверим $R \cap (S \cup P) = (R \cap S) \cup (R \cap P)$

данные				максимум-минимум					алгебраические операции				
	R	S	P	$S \cup P$	$R \cap (S \cup P)$	$R \cap S$	$R \cap P$	$(R \cap S) \cup (R \cap P)$	$S \cup P$	$R \cap (S \cup P)$	$R \cap S$	$R \cap P$	$(R \cap S) \cup (R \cap P)$
А	0,8	0,5	0,2	0,5	0,5	0,5	0,2	0,5	0,6	0,48	0,4	0,16	0,496
Б	0,5	0,3	0,7	0,7	0,5	0,3	0,5	0,5	0,79	0,395	0,15	0,35	0,4475
В	1	0,8	0,4	0,8	0,8	0,8	0,4	0,8	0,88	0,88	0,8	0,4	0,88
Г	0,2	0,6	0,5	0,6	0,2	0,2	0,2	0,2	0,8	0,16	0,12	0,1	0,208
Д	0,8	0	0,8	0,8	0,8	0	0,8	0,8	0,8	0,64	0	0,64	0,64
Е	0,6	0,7	0,6	0,7	0,6	0,6	0,6	0,6	0,88	0,528	0,42	0,36	0,6288

Законы теории множеств (законы де Моргана и поглощения)

ПОГЛОЩЕНИЕ

$R \cap (R \cup S) = R$ $\qquad\qquad$ $R \cup (R \cap S) = R$

Выполняются
для операций, определенных как максимум и минимум,
не выполняются для алгебраических и ограниченных.

ЗАКОНЫ ДЕ МОРГАНА

$\sim(R \cup S) = (\sim R) \cap (\sim S)$ $\qquad\qquad$ $\sim(R \cap S) = (\sim R) \cup (\sim S)$

Выполняются для любых определений
объединения и пересечения

Законы теории нечетких множеств (итоговая таблица)

Закон	Определение операций		
	макс-мин	алгребраич.	огранич.
коммутативность	+	+	+
ассоциативность	+	+	+
существование границ	+	+	+
де Моргана	+	+	+
дистрибутивность	+	-	-
идемпотентность	+	-	-
поглощение	+	-	-
дополнительность	-	-	+

Расстояние между нечеткими множествами

Расстояние между 2-мя нечеткими множествами характеризует **степень их похожести** друг на друга.

Расстояние между НМ А и В,
количество элементов в которых равно n,
может быть определено 2-мя способами:

1. расстояние Хэмминга (линейное):

$$r(A,B) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|\mu_A(x_i) - \mu_B(x_i)|$$

2. евклидово расстояние:

$$r(A,B) = \frac{1}{\sqrt{n}}\sum_{i=1}^{n}\sqrt{\left(\mu_A(x_i) - \mu_B(x_i)\right)^2}$$

Пример расчета расстояния между нечеткими множествами

	исх. данные		расстояние		
	A	B	линейное	евклидово	
Андреев	0,8	0,5	0,3	0,09	
Борисов	0,5	0,3	0,2	0,04	
Васильев	1	0,8	0,2	0,04	
Григорьев	0,2	0,6	0,4	0,16	
Денисов	0,7	1	0,3	0,09	
Егоров	0,6	0,7	0,1	0,01	
n=	6		1,5	0,43	**сумма**
√n=	2,449		**0,25**	**0,268**	**r(A,B)**

$$r(A,B) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|\mu_A(x_i) - \mu_B(x_i)| = \frac{1,5}{6}$$

$$r(A,B) = \frac{1}{\sqrt{n}}\sum_{i=1}^{n}\sqrt{\left(\mu_A(x_i) - \mu_B(x_i)\right)^2} = \frac{0,43}{2,449}$$

Свойства расстояния

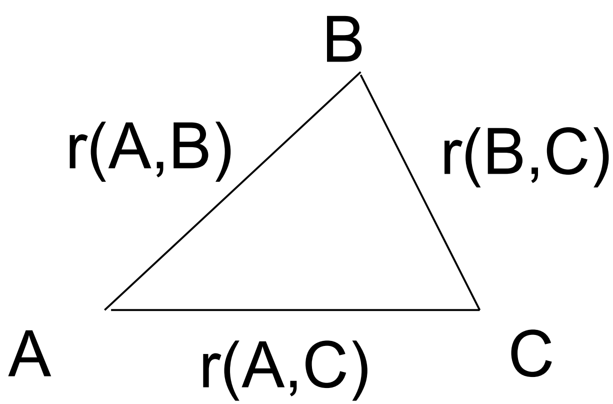
1. $r(A,A) = 0$

2. $r(A,B) \in [0,1]$

3. $r(A,B) = r(B,A)$

4. $r(A,C) \leq r(A,B) + r(B,C)$

5. $r(A,B) = 1$,
если A - классическое множество и B - его дополнение



Классическое множество, ближайшее к нечеткому множеству

Множество, ближайшее к НМ А – это **классическое** множество (обозначается <u>А</u>), в которое входят все элементы, степень принадлежности которых к множеству А **больше 0,5**.

Пример:

Пусть U – множество {А, Б, В, Г, Д, Е}.
А = {(А, 0,8), (Б, 0,5), (В, 1), (Г, 0,2), (Д, 0,8), (Е, 0,6)}

Тогда
<u>А</u> = {А, В, Д, Е}

Показатели размытости

Показатели размытости НМ –

мера **внутренней неопределенности** элементов множества принадлежности по отношению к свойству, определяющему их принадлежность к нечетком множеству.

Показатель размытости элемента множества принадлежности **максимален**, когда $\mu_A(x)=0,5$, то есть про элемент х **неизвестно**, обладает ли он нужным свойством.

Показатель размытости элемента универсального множества **минимален**, когда **$\mu A(x)=1$ либо $\mu A(x)=0$,** то есть про элемент х **точно известно**, обладает ли он нужным свойством.

Показатель размытости определяется на основе расстояния от нечеткого множества до ближайшего к нему классического множества.

Пример расчета показателей размытости

1.Линейный (на основе расстояния по Хэммингу)

$$d(A) = \frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|\mu_A(x_i) - \mu_{\underline{A}}(x_i)\right|$$

2.Квадратичный (на основе евклидова расстояния)

$$d(A) = \frac{2}{\sqrt{n}}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\mu_A(x_i) - \mu_{\underline{A}}(x_i)\right)^2}$$

	множество		**размытость**		
	A	**ближ. к A**	**линейная**	**евклидова**	
Андреев	0,8	1	0,2	0,04	
Борисов	0,5	0	0,5	0,25	
Васильев	1	1	0	0	
Григорьев	0,2	0	0,2	0,04	
Денисов	0,7	1	0,3	0,04	
Егоров	0,6	1	0,4	0,16	
n=	6		1,6	0,58	**сумма**
√n=	2,45		**0,533**	**0,622**	**d(A)**

Свойства показателей размытости

1. **$d(A) \in [0,1]$**
2. **$d(A) = 0$ тогда и только тогда, когда A – классическое множество**
3. **$d(A) = 1$ тогда и только тогда, когда для любых $x \in U$ $\mu_A(x)=0,5$**
4. **$d(A) = d(\sim A)$**
5. **Если объединение определено как максимум, а пересечение – как минимум, то $d(A \cup B) + d(A \cap B) = d(A) + d(B)$**

Пояснение к свойству 2

Если A - классическое множество, то $A=\underline{A}$

Пример: проверка 5-го свойства показателей размытости

Если объединение определено как максимум,
а пересечение – как минимум,

$$d(A \cup B) + d(A \cap B) = d(A) + d(B)$$

	данные		макс-мин		ближ.класс.мн.				размытость (линейн.)			
	A	B	A∩B	AUB	A	B	A∩B	AUB	A	B	A∩B	AUB
А	0,8	0,9	0,8	0,9	1	1	1	1	0,2	0,1	0,2	0,1
Б	0,6	0,7	0,6	0,7	1	1	1	1	0,4	0,3	0,4	0,3
В	0,7	0,4	0,4	0,7	1	0	0	1	0,3	0,4	0,4	0,3
Г	0,2	0,3	0,2	0,3	0	0	0	0	0,2	0,3	0,2	0,3
Д	0,7	0,5	0,5	0,7	1	0	0	1	0,3	0,5	0,5	0,3
								размытость	**0,56**	**0,64**	**0,68**	**0,52**
								d(A) + d(B)		**1,2**		
								d(A∪B) + d(A∩B)				**1,2**

Пример: размытость алгебраических операций

Если объединение и пересечение определены алгебраически,

$$d(A \cup B) + d(A \cap B) \le d(A) + d(B)$$

	данные		алгебр.		ближ.класс.мн.				размытость (линейн.)					
	A	B	A∩B	AUB	A	B	A∩B	AUB	A	B	A∩B	AUB	d(A) + d(B)	d(AΠB) + d(AUB)
А	0,8	0,9	0,72	0,98	1	1	1	1	0,2	0,1	0,28	0,02	0,3	0,3
Б	0,6	0,7	0,42	0,88	1	1	0	1	0,4	0,3	0,42	0,12	0,7	0,54
В	0,7	0,4	0,28	0,82	1	0	0	1	0,3	0,4	0,28	0,18	0,7	0,46
Г	0,2	0,3	0,06	0,44	0	0	0	0	0,2	0,3	0,06	0,44	0,5	0,5
Д	0,7	0,5	0,35	0,85	1	0	0	1	0,3	0,5	0,35	0,15	0,8	0,54
								размытость	**0,56**	**0,64**	**0,556**	**0,364**		
										1,2		**0,92**		

d(A) + d(B)

d(A∪B) + d(A∩B)

Построение функций принадлежности

1) **Прямые методы** - степень принадлежности задает эксперт. Используются, если элементы базового множества измеряются количественно (например, температура, рост, время)

2) **Косвенные методы** - степень принадлежности вычисляется

- на основе статистической информации
- на основе экспертных оценок

Частотный подход: для каждого элемента базового множества количество положительных оценок экспертов соотносится с наибольшим количеством положительных оценок.

Пример:

Элемент базового множества	**А**	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
Кол-во положительных оценок	0	3	6	7	4
Степень принадлежности	0	3/7	6/7	1	4/7

Частотный подход с весами

Используются упорядоченные оценки, им присваиваются веса.
Пример:

Оценка	да	скорее да	скорее нет	нет
Вес	1	0,7	0,2	0

Элемент базового множества	**А**	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
Кол-во оценок «да»	0	1	4	3	2
Кол-во оценок «скорее да»	1	3	4	5	2
Кол-во оценок «скорее нет»	3	5	2	2	4
Кол-во оценок «нет»	6	1	0	0	2
Общая оценка	0,05	0,17	0,3	0,29	0,18
Степень принадлежности	0,17	0,57	1	0,97	0,6

Задание к семинару

Используются упорядоченные оценки

Оценка	да	скорее да	скорее нет	нет
Вес	1	0,7	0,2	0

Рассматриваем временные интервалы (время суток, часы):

0-2
2-4
4-6
6-8
8-10
10-12
12-14
14-16
16-18
18-20
20-22
22-24

Выставляем оценки для нечетких переменных «утро», «раннее утро», «день», «вечер»

По экспертным оценкам строим нечеткие множества.

Вычисляем расстояния между ними.