ТЕХНОЛОГИЯ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ УГЛЕРОД-УГЛЕРОДНЫХ КОМПОЗИТОВ И КОНСТРУКЦИЙ

ТЕХНОЛОГИЯ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ УГЛЕРОД-УГЛЕРОДНЫХ КОМПОЗИТОВ И КОНСТРУКЦИЙ

Посвящается памяти
Александра Михайловича Постных

ВВЕДЕНИЕ

Углерод-углеродные материалы, волокна и матрицы которых созданы из одной и той же фазы, обладают рядом уникальных свойств. Особенно перспективны углеродные композиты в области высоких и сверхвысоких температур вследствие повышенной термостойкости и сопротивляемости термоудару. Поэтому, в первую очередь, данные материалы нашли применение в космической технике. В настоящее время углекомпозиты все шире используются и в других областях (например, ядерной технике, самолето- и автомобилестроении, медицине, металлургии).

Вместе с тем, внедрение этих новых композиционных материалов сдерживается не только их большой стоимостью, но и отсутствием теоретических основ проектирования и технологии их изготовления. Кроме того, особенностью данных композитов является то, что материал и конструкция создаются одновременно в рамках единого технологического процесса. Поэтому создание конкурентоспособных изделий существенно зависит от наличия приемлемого на практике прогноза структуры и физико-механических свойств углеродного материала с учетом технологических особенностей его изготовления.

Поведение и разрушение материала и конструкции определяются наличием различных структурно-технологических факторов, характерных для различных уровней структуры композита. Поэтому обоснованным является структурно-феноменологический подход, позволяющий на каждом структурном уровне связать технологические параметры процесса создания материала с его физико-механическими свойствами.

В данной книге изложены основные технологии создания углерод-углеродных композитов и методы прогнозирования их деформационных, прочностных и теплофизических свойств.

В гл. 1 приведены типы и структуры углеродных волокон, а также свойства их и технологии изготовления.

В гл. 2 изложены основные принципы конструирования армирующих систем (каркасов). Приведены схемы армирования углерод-углеродных материалов различной ориентации, широко применяемые на практике.

В гл. 3 рассмотрены вопросы формирования углеродной матрицы и материала в целом. Приведены типы углеродной матрицы и влияние технологических параметров процесса на ее структуру. Рассмотрено влияние исходной матрицы и легирования на свойства материала.

В гл. 4 приведены физико-механические свойства и структура углеродных композитов при комнатной и повышенной температуре. Большое внимание уделено вопросам влияния пористости и вида армирования на характеристики материала. Рассмотрены вопросы разрушения и трещиностойкости углерод-углеродных композитов.

В гл. 5 рассматриваются методы осреднения в краевых задачах механики углерод-углеродных композитов; осреднение стохастической задачи микромеханики на основе модели однородной среды, метод локального приближения и метод периодических составляющих. Проведена оценка влияния дискретного и непрерывного разбросов упругих свойств армирующих волокон на механическое поведение однонаправленного углеродного композита и исследовано закритическое деформирование и разрушение углерод-углеродного материала.

В гл. 6 изложены методы прогнозирования деформационных свойств углерод-углеродных материалов. В рамках структурно-феноменологического подхода рассмотрены модели деформирования пространственно армированных композитов и получены определяющие соотношения для различных структур. Приведены результаты численного прогнозирования упругих свойств углеродной матрицы и композита в целом. Разработан подход, позволяющий описывать кривые деформирования с учетом ниспадающего участка.

В гл. 7 в рамках многоуровневого подхода рассмотрены вопросы прогнозирования прочностных свойств и трещиностойкости углеродных композитов. Разработаны методы численного построения предельных поверхностей и критериальных соотношений для углеродного материала на основе сплайн-аппроксимации. Приведены результаты численного прогнозирования предельных характеристик тканых слоистых композитов с углеродной матрицей.

В гл. 8 содержатся результаты численного исследования механического поведения и несущей способности оболочечных конструкций и осесимметричных тел из углерод-углеродных композитов при действии нестационарных силовых нагрузок. Найдены поля напряжений и деформаций, показаны зоны разрушения рассмотренных конструкций.

Резкое расширение области приложения углерод-углеродных композитов вызывает необходимость комплексного подхода в технологической механике материалов. Предлагаемая вашему

вниманию книга является одним из этапов исследований в области углеродных композитов.

ГЛАВА 1

СВОЙСТВА УГЛЕРОДНЫХ АРМИРУЮЩИХ НАПОЛНИТЕЛЕЙ

1.1. Общая характеристика углеродных волокнистых наполнителей

Углеродные материалы, применяемые в качестве армирующих наполнителей в производстве углерод-углеродных композиционных материалов (УУКМ), изготовляются в виде нитей, жгутов, тканей, лент, трикотажа, войлока. Выбор их зависит от назначения, способа переработки, конструктивных особенностей изделий и условий их эксплуатации.

Благодаря высокой удельной прочности углеродные волокнистые наполнители (УВН) занимают среди жаростойких волокон особое место. В зависимости от температуры термической обработки (ТТО) и содержания углерода УВН подразделяются на частично карбонизованные (ТТО менее 900 °С, содержание углерода 85—90 %), карбонизованные (ТТО 900—1500 °С, содержание углерода 85—90 %) и графитированные (ТТО 500—3000 °С, содержание углерода более 99 %). Термин «графитированные волокна» условен, так как УВН состоят из неграфитирующегося углерода [46].

Углеродные волокна изготавливаются из полиакрилонитрильных (ПАН) волокон, вискозных (гидратцеллюлозных волокон) и угольных пеков [58]. ПАН-волокно служит для получения высокомодульных и высокопрочных углеродных волокон (УВ). Одним из преимуществ ПАН-волокна является большой выход углерода (примерно 40 % от массы полимера) [из гидратцеллюлозы (ГЦ)—немногим более 20 %]. Благодаря особенностям строения исходного полимера высокопрочные УВН удается получить сравнительно простым способом.

Свойства УВ зависят от структуры ПАН-волокна, его физико-механических свойств, химического состава и текстильной формы волокна, а также от степени ориентации, толщины и наличия дефектов. Загрязнение ПАН-волокна оказывает большое влияние на свойства УВ. В результате выгорания инородных включений во время карбонизации на поверхности УВ возникают трещины, резко снижающие его свойства.

Процесс получения УВ состоит из трех стадий: окисления, карбонизации и графитации [74]. Окисление облегчает последующее дегидрирование (удаление водорода) ПАН-волокна и создает предструктуры, обеспечивающие образование оптимальной структуры углерода и механических свойств УВН. При получении УВ особое значение имеет вытягивание волокна во время окисления, приводящее к значительному увеличению прочности и модуля УВ.

В процессе карбонизации происходят более глубокие термические превращения полимера, потери массы ПАН-волокна; содержание углерода доходит до 90—95 %.

Графитация карбонизованного волокна осуществляется при очень высоких температурах (до 2400 °С) в инертной среде. На этой стадии в большей мере, чем при карбонизации, необходима тщательная очистка от следов кислорода, а также исключение возможности попадания кислорода воздуха в реакционное пространство.

Процесс получения УВ из гидратцеллюлозных волокон включает три стадии: пиролиз, карбонизацию, графитацию. В процессе пиролиза (температура 350—400 °С) происходит дегидратация, деполимеризация и более глубокая деструкция с образованием различных продуктов распада. На этой стадии наблюдается наибольшая потеря массы материала (табл. 1.1.), образуются предструктуры, участвующие при более высоких температурах в создании углеродной структуры.

Таблица 1.1

Относительное изменение массы полимерных волокон в процессе карбонизации при нагреве в инертной среде (аргон) [39]

Образец	Температура обработки, °С					
	200	300	350	400	600	800
Вискозная нить 184 текс	0,920	0,730	0,280	0,200	0,160	0,140
Полиакрилонитрильная нить 33,3 текс	0,990	0,915	0,836	0,740	0,595	0,540

При температуре выше 450 °С происходит дальнейшее образование структуры. Прочность и модуль упругости волокна возрастают.

Графитация—высокотемпературная обработка, начальная температура ее определяется конечной температурой карбонизации и находится в пределах от 900 до 1500 °С, конечная—в пределах от 2600 до 2800 °С. В процессе графитации происходит обогащение волокна углеродом до содержания его не менее 99 %. Графитированное волокно содержит кристаллическую и аморфную части углерода. Благодаря этому волокно характеризуется высокими механическими свойствами и достаточной эластичностью.

Углеродные волокна из изотропных нефтяных и каменноугольных пеков получают методом формирования из расплава с последующей карбонизацией и высокотемпературной вытяжкой.

Для получения исходного волокна из нефтяного и каменноугольного пеков предварительно удаляют летучие соединения, а затем путем термической и термоокислительной обработки превращают пек в промежуточную фазу (мезофазу), из которой получают каучукоподобный материал для формования волокна. Волокнам из пека свойственна нефибриллярная структура, приближающаяся к стеклоуглероду.

Нефтяные и каменноугольные пеки являются перспективным сырьем для получения УВ в сравнении с получившими распространение УВ, производимыми путем пиролиза волокон из полиакрилонитрила и вискозы, так как характеризуются доступностью и дешевизной, высоким содержанием углерода и высоким выходом карбонизованного остатка (до 85 %), а мезофазные пеки обладают способностью к графитации [50].

1.2. Углеродные армирующие волокна

Существуют различные классификации УВН [74]: по максимальной ТТО, элементному составу органической массы, основным областям применения, физико-механическим показателям. По физико-механическим показателям УВ классифицируют на высокомодульные ($E > 350$ ГПа), высокопрочные ($\sigma_в^р > 3{,}0$ ГПа), низкомодульные ($E < 100$ ГПа) и, в связи с получением из пеков, среднемодульные ($E \simeq 200$ ГПа).

В зависимости от назначения углеродные волокна подразделяют на высокомодульные, предназначенные для армирования композитов конструкционного назначения, и низкомодульные, предназначенные для армирования композиционных материалов теплозащитного, антифрикционного и других специальных назначений. Свойства этих волокон приведены в табл. 1.2.

Таблица 1.2

Физико-механические свойства углеродных волокон [25]

Свойство	Конструкционные высокомодульные материалы			Специальные низкомодульные материалы	
Плотность $\rho \cdot 10^{-3}$, кг/м^3	1,8—2,0	1,7—1,9	1,6—1,8	1,3—1,5	1,3—1,4
Прочность при растяжении $\sigma_в^р$, ГПа	1,5—2,5	2,0—3,5	2,5—4,0	8,0—1,5	2,0—6,0
Модуль упругости E, ГПа	300—600	220—280	150—200	25—30	25—30
Относительное удлинение ε, %	0,8—1,0	1,0—1,6	1,5—2,0	1,5—3,5	0,8—2,5
Коэффициент вариации: k_σ, % k_E, %	15—25 7—12	—	— —	10—20 5—8	10—20 5—8

Углеродные волокна имеют фибриллярное строение. Характерный элемент структуры—закрытые поры, которые могут занимать до 33 % объема волокна. Поры имеют иглоподобную форму, ориентированы они вдоль оси волокна, их средняя длина $(2 \div 3) \cdot 10^{-2}$ мкм, а диаметр $(1 \div 2) \cdot 10^{-3}$ мкм. Увеличение числа пор снижает прочность волокна при растяжении. Структура углеродного волокна показана на рис. 1.1. [44].

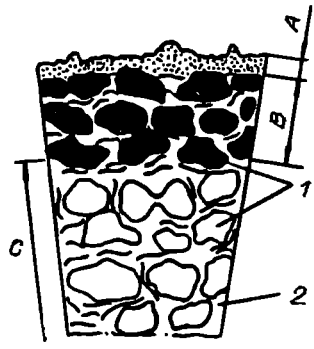


Рис. 1.1. Структура углеродного волокна: *A*—поверхностный слой; *B* и *C*—соответственно высоко- и низкоориентированная зоны; 1—элементарные волокна (фибриллы); 2—аморфный углерод

Свойства углеродных волокон определяются химическим строением углеродного вещества, т. е. размерами ароматических углеродных слоев (L_a и L_c) и расстоянием между отдельными слоями (d_{002}), степенью ориентации фибрилл и углеродных слоев вдоль оси волокна (текстурный параметр $\varphi/2$), размером и характером пор, концентрацией и степенью опасности поверхностных и внутренних дефектов [25]. В табл. 1.3 приведены механические характеристики нового поколения углеродных волокон, термообработанных при низких и средних температурах.

Таблица 1.3

Механические характеристики промышленных углеродных волокон [44, 85]: прочность ($\sigma_в^р$), модуль упругости (E), предельное удлинение (ε)

Тип сырья	Термообработка	Торговая марка	$\sigma_в^р$, ГПа	E, ГПа	ε, %
ПАН-углеродное волокно	нт	Торэйка Т300	3,0	250	1,2
	нт	Торэйка Т800	5,0	250	2,0
	вт	Торэйка М50	2,4	500	0,5
	ст	Модмор 1	2,5	450	0,5
	нт	Бесфайт Т1	3,6	240	1,5
	нт	Бесфайт Т2	4,1	240	1,7
	нт	Бесфайт Т3	4,3	240	1,8
	нт	1М6	5,0	280	1,8
Мезофазные пековые углеродные волокна	ст	Торнел Р 55	2,1	380	0,6
	ст	Торнел Р 75	2,1	520	0,40
	вт	Торнел Р 100	2,4	690	0,4

Наиболее важное значение имеют ПАН-углеродные волокна, термообработанные при низких (нт) и средних (ст) температурах. Наилучшие высокопрочные волокна нового поколения имеют прочность 4000—5000 МПа и выше. Разрывное удлинение этих

волокон превышает 2 % при модуле упругости 250—280 ГПа [44].

С увеличением модуля упругости материал становится более жестким, что приводит к уменьшению разрывных деформаций волокон. Изменяя условия графитации, можно регулировать эластичные свойства.

Из выпускаемых отечественной промышленностью УВ на основе ПАН-волокна для получения пространственно армированных УУКМ в качестве армирующих наполнителей наиболее широко применяют нити (жгуты) УКН, ВМН, ВПР-19с. Благодаря сравнительно удачному сочетанию прочностных характеристик и способности к переработке в различные изделия одно из ведущих мест в производстве УУКМ занимает углеродный жгут УКН. Практический интерес для производства УУКМ представляют нити ЭЛУР, КУЛОН ($E = 400 \div 600$ ГПа; $\sigma_в^р$=2 0 ГПа).

Требования к свойствам волокон зависят от их назначения и от возможности их применения для конкретных изделий. Судить о применении УВ можно лишь по комплексу характеристик: модулю упругости, прочности, адгезии к матрице, способности к переработке в материал машинными способами. Последнее очень важно в технологии получения УВН для УУКМ механизированным способом. Так, из УВ с высокими жесткостью, хрупкостью и малым относительным удлинением очень трудно получить УВН ткачеством, плетением, а из низкомодульных это сделать сравнительно легко. Указанные факторы учитываются при выборе УВ для конкретной технологии. В частности, при изготовлении оболочечных каркасов на ткацких машинах используют преимущественно нить Урал-Н, сырьем для получения которой служит вискоза. Нить состоит из 8 тысяч филаментов (элементарных нитей), которые затем в пучке закручиваются. Степень закручивания только жгута $K = 128$ кручений на 1 м. Нить получается путем термообработки при $T = 2200$ °С. Линейная плотность жгута $T = 229$ текс., диаметр $(0{,}5 \div 0{,}7)\cdot 10^{-3}$ м; модуль упругости $E = 20 \div 50$ ГПа; $\sigma_в^р = 1{,}0 \div 1{,}4$ ГПа. При этом диаметр филаментов $d = (5 \div 7)\cdot 10^{-6}$ м, а $E \simeq 80$ ГПа и $\sigma_в^р = 1{,}5 \div 1{,}7$ ГПа.

В отельных случаях применяют нити ВМВ, ВВК-46-110, УЕ-1/4, УН-1/8, УН-1/16, Углекон-9.

1.3. Углеродные ткани, ленты

Структура углеродных тканей и лент определяется видом переплетения исходного материала (полотняное, саржевое, сатиновое и т. п.). Плотность ткани по основе или утку характеризуется числом нитей на длине ткани в 100 мм, плотность трикотажного полотна по вертикали—числом петельных рядов, а по горизонтали—числом петельных столбиков, приходящихся на

длину полотна 50 мм. Одним из основных показателей тканей, определяющих прочностные характеристики УУКМ, является разрывная нагрузка. Однако в производственных условиях при отборе ткани следует иметь в виду, что разрывная нагрузка колеблется в широких пределах в зависимости от места отбора пробы по длине ткани в рулоне. Испытание углеродных тканей с содержанием углерода более 99,5 % показали, что эти колебания значительны. Например, разрывная нагрузка полоски ткани шириной 5 см в начале полосы 177 кгс, в середине—158 кгс, а в конце—214 кгс, удлинение этой же ткани 3,30; 2,85; 3,25 %, соответственно.

Исходным сырьем для выработки углеродных тканей является вискоза полиакрилонитрил. Переработка УВН в текстильные материалы затруднена, поэтому ПАН-волокно предварительно окисляют под натяжением и перерабатывают на обычном оборудовании, придавая ему требуемую форму. Поскольку ПАН-волокно окисляют под натяжением, текстильные углеродные материалы имеют высокие механические свойства. Добиться таких же результатов при обработке тканей сложно из-за усадки при окислении и карбонизации.

В производстве изделий различного назначения из УУКМ применяют ткани Урал-Т, Урал-2Т, Урал-ТМ/4, ТМП-4, ТГН-2М, УТ-900 и другие марки. Для повышения адгезии к связующему материал может подвергаться электрохимической обработке (ЭХО). В табл. 1.4 приведены физико-механические характеристики тканей УРАЛ-ТМ/4 и УТ-800.

Таблица 1.4

Физнко-механические характеристики углеродных тканей [20]

Характеристика	Ткань Урал-ТМ/4 различных марок			Ткань УТ-800
	А	Б	В	
Разрывная нагрузка (не более), кгс:				
по основе	300	200	100	350—500
по утку	70	50	25	120—150
Относительное удлинение, %:				
по основе		—	—	3—4,5
по утку		—	—	1—1,5
Поверхностная плотность, г/м^2	1000	900	900	420
Ширина (не более), см	45	45	45	
Толщина, 10^{-3}м	2,0	1,8	1,8	0,85

Оболочечные конструкции изготовляют намоткой лент ЛН-13, ЛН-35 на намоточных станках. Ленты ЛН получают ткачеством из нитроновых жгутов. Как правило, намотка производится лентой, предварительно пропитанной связующим, но может быть реализована и «сухая» технология, т. е. намотку каркаса производят сухой лентой с последующим уплотнением ПУ. Однако вследствие низкой межслоевой прочности УУКМ эта технология распространения не получила. Особое место занимают кордные ленты из углеродных волокон шириной до 400 мм и толщиной 0,1—0,3 мм, в которых прочные нити основы связаны малопрочным утком.

1.4. Подготовка углеродных материалов к переработке

При изготовлении армирующих каркасов из волокнистых углеродных наполнителей в зависимости от вида наполнителя, способа переработки в каркас, применяемого оборудования технологией во многих случаях предусматриваются такие подготовительные операции, как трощение, крутка, шлихтование, перемотка. Они оказывают существенное влияние на механические свойства каркаса и композита в целом.

Трощение. Основными параметрами трощения (соединения нитей в прядь) являются шаг намотки, угол намотки и линейная скорость. Если шаг намотки постоянен, то с увеличением диаметра намотки угол намотки уменьшается. Учитывая, что при малых углах намотки на торцах нити могут сваливаться, а бобина получается неустойчивой, необходимо выбрать такой первоначальный угол намотки, чтобы конечный угол намотки был не очень мал. При этом необходимо учитывать вид нарабатываемого материала, так как наименьший допустимый угол намотки нити зависит от коэффициента трения.

Трощение низкомодульных нитей типа Урал-Н производят на тростильно-крутильных машинах, где операции трощения и крутки совмещены. При подготовке высокомодульных нитей в целях снижения травмируемости операции разъединены и трощение проводят на специальной установке.

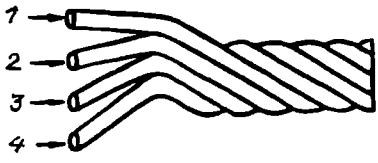


Рис. 1.2 Повышение линейной плотности углеродных жгутов (*1—4*) методом крутки

Крутка. Предназначена для получения заданной линейной плотности жгутов. Величина крутки (рис. 1.2), которая определяется числом витков или кручений на один метр нити, влияет на свойства УВ. Поскольку УВ обладают большой жесткостью и хрупкостью, им придают значительно меньшую величину крутки, чем другим волокнам. В табл. 1.5 приведена зависимость прочности углеродных нитей от числа круток.

Таблица 1.5

Зависимость прочностных свойств углеродных нитей от числа круток [20]

Нить	Число подкруток на 1 м	Число круток на 1 м	Относительная разрывная нагрузка, кгс	Разрывная нагрузка в петле, кгс
УКН нешлихтованный в два сложения	200	100	23,3	21,7
	100	50	51,0	26,9
	50	25	52,1	28,3
УКН шлихтованный в два сложения*	200	100	46,7	26,0
	100	50	64,9	33,3
	50	25	69,9	50,2
«Урал» нешлихтованный в четыре сложения	500	150	33,4	24,2
	200	100	39,0	28,7
	100	50	42,4	26,7
	50	25	33,9	26,1
«Урал» шлихтованный в четыре слоения*	300	150	24,5	32,1
	200	100	36,8	33,6
	100	50	45,5	32,5
	50	25	45,1	34,6
ВМН нешлихтованный в два сложения	200	100	13,9	—
	100	50	17,7	
	50	25	22,3	—

*Шлихта –2,5%-ный раствор полиуретана СКУ-ПФЛ в ацетоне.

Различают правое и левое направления крутки, исходя из того, в какую сторону вращаются веретена, если на них смотреть сверху. При вращении по часовой стрелке направление крутки правое, при вращении против часовой стрелки—левое. Скрученные нити стремятся к раскручиванию вследствие действия сил, вызываемых упругой деформацией. Если нить натянута, этого не произойдет. В противном случае образуются сокрутины. Придание равномерности крученым нитям достигается соединением и кручением двух предварительно скрученных нитей. Вторая крутка имеет направление, обратное первой.

Шлихтование. Существующие углеродные нити не обладают достаточной стойкостью к многократным переменным нагрузкам и истирающим воздействиям, что затрудняет их механизированную переработку в изделия.

Одним из способов защиты УВН от механических повреждений является шлихтование, однако вопросы выбора состава шлихты и режимов шлихтования мало изучены. Состав шлихты и технологические режимы нанесения покрытия подбирают экспериментально с учетом назначения нити и условий переработки в изделие. При подготовке нитей Урал-Н и УКН-5000 для придания им необходимых текстильных свойств применяют для покрытия раствор полиуретана СКУ-ПФЛ в ацетоне и поливиниловый спирт (ПВС) с глицерином. В табл. 1.6 приведены

основные физико-механические характеристики нитей УКН-5000 и Урал-Н в исходном состоянии и после шлихтования.

Таблица 1.6

Разрывная нагрузка (кгс) нитей УКН-5000 и Урал-Н до и после шлихтования [60]

Состав шлихты	УКН-5000 в нити		УКН-5000 в петле		Урал-Н в нити		Урал Н в петле	
	до		после		до		после	
1 %-ный раствор полиуретана в ацетоне	25,3	36,2		—		—		
2,5 %-ный раствор полиуретана в ацетоне	26,6	38,4	—		16,2	19,8	24,8	25,8
5 %-ный раствор полиуретана в ацетоне	19,4	27,1		—	35,7	40,8	30,4	30,8
5 %-ный ПВС	34,5	40,4	7,6	14,3	23,4	27,0		
90 % ПВС+10 % глицерина	37,8	45,1	6,9	7,5	20,4	28,2	23,0	27,6
80 %ПВС+20 % глицерина	37,8	38,2	6,9	12.4	29,6	35,0	37,7	42,2
7,5 % ПВС	34,5	42,7	7,6	8,1	24,5	27,5	32,5	27,9
95 % ПВС+5 % глицерина	37,8	40,0	6,9	9,7	24,5	26,5	32,5	30,0

Для поверхностной защиты УВН от стирающих воздействий рекомендованы составы полиуретана: для нити Урал-Н 3 %-ный раствор полиуретана в ацетоне; для нити УКН-5000 2,5 %-ный для утка и 5 %-ный для основы.

Углеродные нити покрываются составом в специальной установке. В ней углеродные нити из отдающего шпулярника проходят через пропиточную ванну с раствором, камеру предварительной сушки и поступают на катушки приемного шпулярника. Теплоноситель—воздух, подаваемый вентилятором через калорифер.

Перемотка. Основной целью перемотки является наработка паковки, обеспечивающей проведение последующей технологической операции с наибольшей производительностью.

В процессе перемотки нить подвергается воздействию различных сил, из которых главными являются переменные силы натяжения и силы трения. В результате воздействия растягивающих сил нить вытягивается, общая деформация нити несколько снижается.

Большое влияние на изменение физико-механических свойств оказывает натяжение нити при перематывании. Чем больше

натяжение, тем больше снижаются прочность и удлинение при разрыве. Поэтому натяжение должно составлять 4—8 % прочности перематываемой нити. Чем выше скорость перематывания, тем меньше должно быть предварительное натяжение, так как с повышением скорости перематывания натяжение нити увеличивается.

При сильном воздействии сил трения, возникающих при перематывании нитей, от поверхности нити могут отделяться волокна, нить может оборваться. Особенно важно, чтобы нитетракт при перематывании имел минимальное число перегибов нитей.

ГЛАВА 2

АРМИРУЮЩИЕ СИСТЕМЫ

2.1. Принципы конструирования армирующих систем

Структура армирующей системы является одним из основных факторов, определяющих свойства углерод-углеродных композиционных материалов (УУКМ). Ориентация армирующих элементов используется для получения композита с требуемыми механическими характеристиками в заданных направлениях.

Структурные схемы армирующих систем должны удовлетворять трем основным требованиям:

1) учитывать напрвления максимальных действующих нагрузок и условия работы материала в конструкции;

2) обеспечивать свободный доступ углеродсодержащего реагента в любую точку объема при формировании матрицы;

3) допускать возможность механизированного изготовления.

Создание УУКМ со стабильными заданными свойствами привело к необходимости изучения влияния различных факторов на их свойства. Существенной является комплексная характеристика армирующей системы или каркаса [19]. Определяющими параметрами каркаса выступают объемное содержание наполнителя, геометрия расположения волокна (схема армирования) и распределение волокон по направлениям армирования. Эти характеристики определяют степень анизотропии свойств сопротивления сдвигу, сжатию и растяжению.

Кроме вида каркаса, на свойства получаемых материалов влияют размер элементарной ячейки каркаса и размер заготовки в поперечном сечении. Изменение размера ячейки и связанное с этим изменение плотности каркаса сложным образом влияет на процесс формирования пироуглеродной матрицы при термоградиентном методе, так как меняется структура каналов, по которым в зону реакции транспортируется углеродсодержащий газ.

Известно [59, 60], что свойства УУКМ существенно зависят от плотности материала. Отмечается, что увеличение плотности приводит к уменьшению потери массы при работе материала в окислительной среде и к росту физико-механических характеристик (рис. 2.1). На величину плотности УУКМ влияет объем

закрытой пористости в материале. Объем закрытой пористости слагается из двух составляющих: макропор, обусловленных особенностью структуры армирующего каркаса, и микропор, возникающих между филаментами волокон при формировании

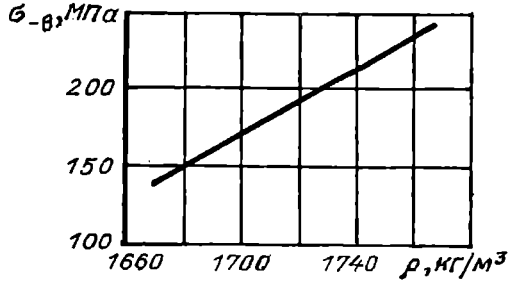


Рис. 2.1. Зависимость прочности УУКМ при сжатии от плотности материала

пироуглеродной матрицы.

В практике наибольшее применение находят ортогонально армированные УУКМ. При формировании армирующего каркаса ортогональной структуры между волокнами возникают полости, сообщающиеся между собой посредством каналов, сечение которых имеет форму криволинейного треугольника *ABC* (рис. 2.2). Технология формирования каркасов позволяет варьировать число рядов волокон вдоль осей *X*, *Y* благодаря низкой степени уплотнения. Тем самым достигается возможность формирования

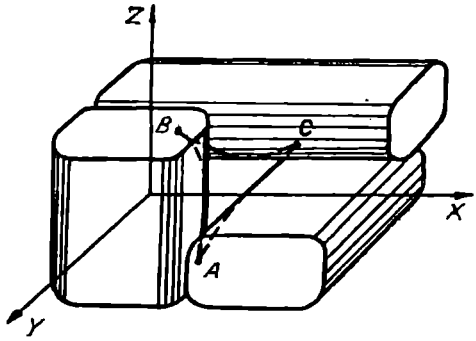


Рис. 2.2. Фрагмент ортогональной структуры

армирующих систем с плотностью 200—800 кг/см^3 Наиболее наглядно полости и каналы сообщения между ними можно представить, если принять волокна вдоль осей *X*, *Y* в форме прямоугольных брусков, а волокна вдоль оси *Z*—в форме цилиндров (рис. 2.3). Предполагается, что формирование матри-

цы осуществляется путем равномерного осаждения пироуглерода (ПУ) из газовой фазы на поверхности волокон, при этом поверхность волокон играет роль стенки полости. Если диаметр вписанной в криволинейный треугольник *ABC* окружности будет меньше минимального размера полости, то канал сообщения зарастет ПУ раньше, чем заполнится полость (ячейка). Произойдет закупорка полости, т. е. возникнет закрытая макропористость (рис. 2.4). Анализ структуры ортогонально армированного материала показывает, что объем полостей между волокнами каркаса, на месте которых возникают макропоры, составляет в единичном объеме 25—30 % независимо от плотности каркаса, а объем пустот между филаментами волокна как мест формирования микропористости в зависимости от

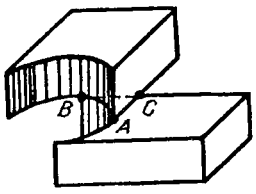


Рис. 2.3. Фрагмент ортогональной структуры

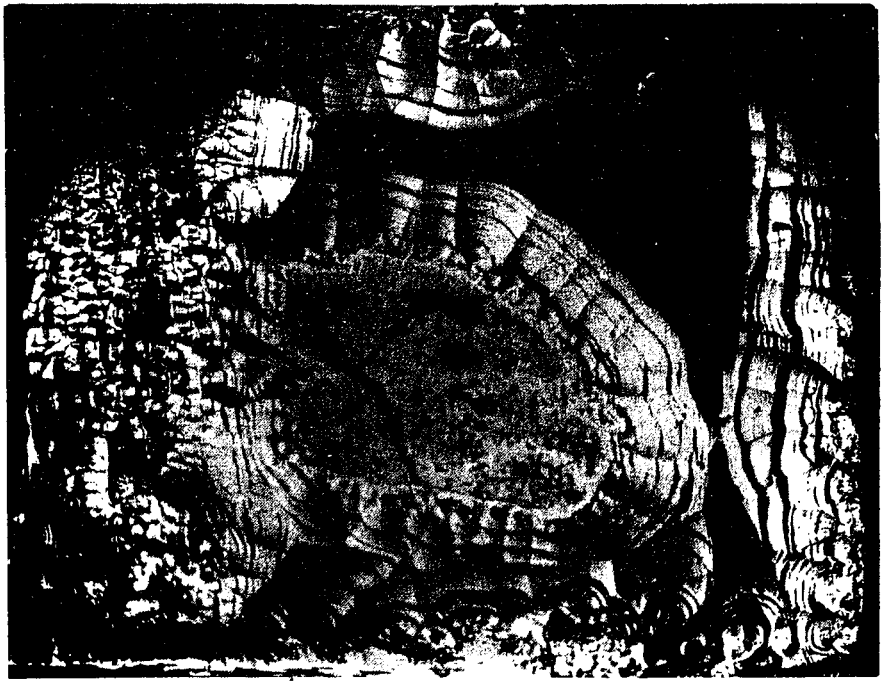


Рис. 2.4. Фрагмент микроструктуры УУКМ (закрытая пористость),х 39

плотности каркаса изменяется приблизительно от 20 до 60 % единичного объема.

Специфика механики композитов проявляется прежде всего в отсутствии четкой границы между материалом и изделием.

Поэтому методы механики находят использование уже при изыскании принципов создания самих УУКМ. Сделана попытка рассмотреть современные тенденции развития УУКМ именно с точки зрения микромеханики материалов. Большинство существующих УУКМ слабо сопротивляется межслоевому сдвигу и поперечному отрыву. Поэтому при конструировании важное практическое значение имеет поиск методов и приемов устранения отрицательных особенностей композитов с традиционной схемой армирования, основанной на системе одной или двух нитей.

При практическом конструировании армирующих систем в процессе создания материала один из главных параметров с точки зрения механики—объемный коэффициент заполнения—не является определяющим. Здесь появляются новые критерии: минимальная травмируемость наполнителя при переработке в армирующий каркас и обеспечение оптимальных условий формирования матрицы.

Для полного использования потенциальных возможностей УУКМ необходимо создать такую схему армирования, которая наилучшим образом соответствовала бы ожидаемым сложным напряженным состояниям и сложным схемам нагружения. Принципиально важное место в этой проблеме занимают пространственные схемы армирования.

Конструктивное использование углеродных объемно армированных УУКМ можно разделить на две группы: каркасные и тканевые. Полученная основа наполнителя в виде жесткого каркаса или мягкой тканевой формы на оправке с соответствующим профилем заполняется углеродной матрицей. Любая схема армирования ведет к нескольким следствиям: сообщающиеся поры соседних слоев имеют лабиринтообразный характер; лабиринтообразные поры в каждом слое по ширине равны диаметру (условному) жгута; две щелевидные полости в смежных слоях могут быть соединены узкими проходами—образуются своеобразные «бутылкообразные» поры. В связи с этим структурная схема армирующих систем должна обеспечивать наличие сквозных транспортных каналов постоянного сечения по всему объему.

2.2. Структуры с простейшей геометрией регулярных упаковок

К материалам с простейшей геометрией регулярных упаковок относятся ориентированные композиционные материалы, в которых все волокна ориентированы в одном направлении. Они относятся к трансверсально-изотропным. Однонаправленные или одноосно-армированные композиты называют также композиционными материалами (КМ) с ориентацией волокон 1 0.

В идеализированных линейно армированных материалах структура определенав заимным расположением волокон, что оказывает влияние на характер взаимодействия компонентов в поле напряжений и объемное содержание матрицы и на-

полнителя. Геометрия простейших регулярных упаковок рассмотрена в работе [14]. Такие модели структуры обладают свойствами трансверсальной симметрии. Выделены четыре существенно различные структуры: моноклинная, центрированная орторомбическая, тетрагональная с ортотропной анизотропией и гексагональная. Последняя обладает наивысшей симметрией и соответствует среде с трансверсальной изотропией и наименьшим числом существенно независимых упругих постоянных.

В сложных структурах каждый приведенный элемент содержит несколько волокон различных или одинаковых диаметров. Взаимному расположению волокон в такой ячейке может соответствовать определенная группа симметрии. Ортотропные (ортогонально-изотропные) материалы характеризуются наличием в каждом элементарном объеме трех взаимно перпендикулярных плоскостей симметрии свойств. К таким материалам относятся УУКМ, армированные последовательно чередующимися слоями волокон в двух взаимно перпендикулярных направлениях и тканями с продольно-поперечной укладкой, а также слоистые материалы, армированные в двух неортогональных направлениях X_1 и X_2 с правильным чередованием слоев. Плоскостями симметрии являются срединная плоскость листа и две плоскости, перпендикулярные к ней и проходящие через бессектрисы углов, образованные осями X_1 и X_2. УУКМ с такой укладкой волокон в смежных слоях обладают изотропией свойств в плоскости листа в том случае, если угол между направлениями укладки волокон в смежных слоях меньше 72°. В композитах, у которых волокна в смежных слоях образуют друг с другом углы 60, 45 или 30°, все направления в плоскости листа эквивалентны друг другу.

Каждой определенной структуре схемы армирования соответствует свое определенное относительное объемное содержание волокон с радиусом *r*. Практическая польза рассмотренных вариантов невелика, поскольку однонаправленные УУКМ и УУКМ с плоской схемой армирования имеют весьма ограниченное применение. Наибольший практический интерес представляют пространственные схемы армирования [20, 65]. Для изготовления элементов конструкций разработаны УУКМ с пространственной схемой армирования, образованные системой трех и более нитей. Они объединены в следующие группы: ортогонально-армированные, с косоугольной структурой, с осевой симметрией, сложно-армированные.

2.3. Трехмерно-направленная ортогональная армирующая система

Трехмерно-направленная ортогональная армирующая система формируется переплетением трех семейств прямолинейных волокон, причем каждое семейство образует с двумя другими угол 90°.

Каркасы такой структуры просты в изготовлении и имеют достаточную прочность и жесткость в направлении армирования. Армирование тремя выпрямленными нитями устраняет трансверсальную слабость материала, улучшает сдвиговую прочность. Основными параметрами структуры каркасных материалов (КМ) являются межцентровое расстояние между волокнами армирования (МРМВА) и число сложений жгутов. Требуемые механические свойства КМ реализуются путем соответствующего подбора жгутов по ортогональным осям ($X = d_1 l_2$; $Y = d_2 h_1$; $Z = l_1 h_2$), как это показано на рис. 2.5. Ортогонально-армированные УУКМ на основе углерод-ных жгутов или стержней обозначают соотношениями 1 : 1 : 1; 2 : 2 : 1; 2 : 2 : 2 и т. д., в которых цифры указывают число сложений жгутов в направлениях осей X, Y, Z.

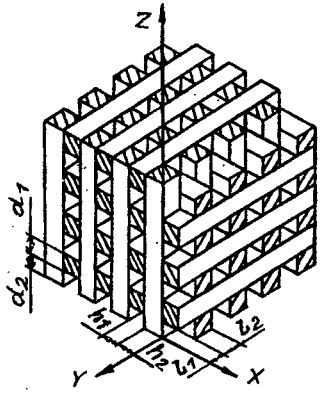


Рис. 2.5. Ортогонально армированный УУКМ

Базовым ортогонально-армированным УУКМ является материал, армирующий каркас которого имеет размер ячейки по осям X,Y,Z 3×3×1,5 мм соответственно [20]. Укладка выполнена по схеме 2 : 2 : 2, т. е. в два сложения по всем осям армирования. По сравнению с двухнаправленным армированием при ортогональном трехмерно-направленном армировании удалось повысить физико-механические свойства: плотность 1670—1750 кг/м^3, прочность на сжатие по направлениям X, $У$ 190,0—210,0 МПа.

Недостатком базового материала является слабо регулируемая микро- и макропористость (до 17 %), что снижает стабильность свойств. Задачу создания структуры с регулируемой микро- и макропористостью достаточно хорошо решили применением мелкоячеистого каркаса. Отличие его в том, что структура каркаса по направлениям X, $У$ выполнена жгутом в одно сложение по схеме 1 : 1 : 2. Выполнение каркаса по направлениям X, $У$ в одну нить позволило уменьшить размеры каждой ячейки в плоскостях XZ и $УZ$ и тем самым уменьшить объем пустоты. За счет изменения схемы укладки волокон в каркасе удалось сущесвенно повысить плотность материала (до 1850 км/м^3). Но все же в этом материале имеет место остаточная закрытая пористость (дефект плотности). Объясняется это тем, что пористость здесь образована кубическими объемами, изолированными друг от друга. При уплотнении ПУ они не заполняются полностью, так как проникновение газа в них затруднено и

происходит только благодаря диффузии его сквозь микропоры материала каркаса, т. е. через свободное пространство между филаментами. Этот недостаток в значительной мере может быть устранен, если структуру каркаса выполнить с пропуском через нить в шахматном порядке минимум в двух направлениях (рис.

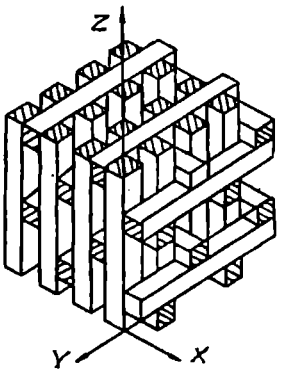


Рис. 2.6. УУКМ с разряженной структурой по осям X и Y

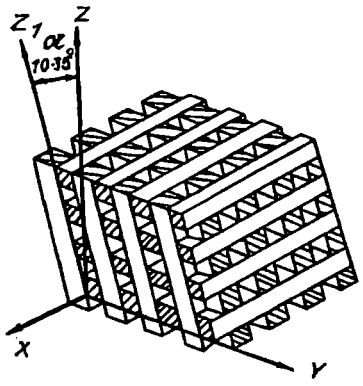


Рис. 2.7. Трехмерная косоугольная армированная система

2.6). Такое исполнение каркаса облегчает доступ углеродосодержащего газа внутрь объема благодаря отсутствию изолированных полостей. Выполнение структуры каркаса с пропуском через нить в одном из направлений не приводит к существенному снижению закрытой пористости из-за недостаточной площади сечения транспортных каналов, в которые может поступать газ-реагент.

Недостатком ортогонально-армированных УУКМ является наличие разрушений при эксплуатации в виде локальных выносов нитей направления X, Y, которые находятся в контакте с трущейся поверхностью, например, в случае торцевых уплотнений или в виде локальных вымывов материала в высоконапорном канале вдоль нитей направления Z, которые выходят на поверхность канала параллельно направлению потока.

Для повышения работоспособности материала и устранения локальных вымывов углеродные нити по направлению располагают под углом 10—35° к вертикали к плоскости XY (рис. 2.7). Такая структура приводит к уменьшению протяженности участков выхода углеродных нитей на рабочую поверхность и укладке нитей под углом к этой поверхности.

2.4. Многонаправленные схемы армирования

В материалах с ортогональным армированием при пересечении трех взаимно перпендикулярных рядов углеродных волокон образуются полости, сообщающиеся друг с другом через каналы (см. рис. 2.2.), имеющие меньшие размеры, чем сами полости (внутриячеистые пустоты). По этой причине при формировании

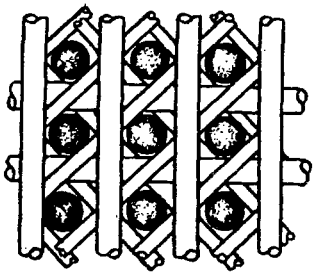


Рис. 2.8. Структура УУКМ5*D*

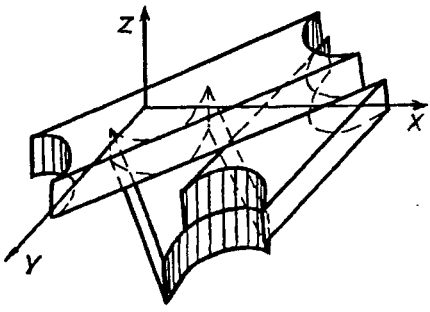


Рис. 2.9. Фрагмент ортогональной структуры

матрицы из пиролитического углерода они зарастают быстрее, чем внутриячеистые пустоты. В результате образуется закрытая

направлениями армирования (рис. 2.10). Структура 7D образуется, если к трем ортогональным направлениям армирования добавлено армирование по диагональным направлениям куба. Структура 11D образуется на основе структуры 7D, если добавить направления, соединяющие середины ребер.

2.5. Армирующие системы с осевой симметрией

Для деталей, имеющих кольцевое поперечное сечение, оптимизацию схем армирования целесообразно проводить в полярных либо в цилиндрических координатах. Это позволяет добиться

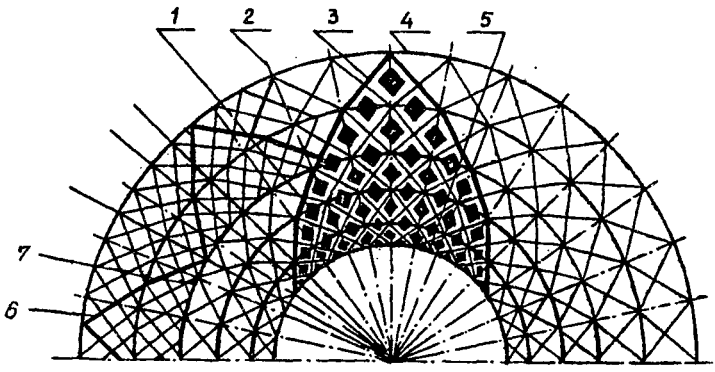


Рис. 2.11. Фрагмент структуры «Звезда»: *1*—уточная нить; *2*—радиальные плоскости; *3*—основные нити; *4*—наружная поверхность изделия; *5*—внутренняяповерхность изделия; *6*—дополнительные уточные нити; *7*—условная цилиндрическая поверхность

относительной однородности материала в направлении по окружности и исключения перепада напряжений в этом направлении, свойственного для деталей с ортогональным армированием. Характерным представителем армирующей системы с цилиндрической симметрией является каркас, так называемой, звездной структуры (рис. 2.11). Армирующая система содержит основные нити *3*, размещенные параллельно одна другой в равнорасполо-

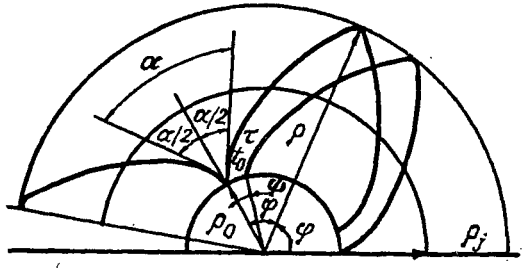


Рис. 2.12. Схема к расчету структуры «Звезда»

женных по окружности через угол γ радиальных плоскостях *2*, слои уточных нитей *1*, уложенные в плоскости, перпендикулярной к оси изделия, и соединяющие наружную *4* и внутреннюю *5* поверхности изделия; дополнительные слои уточных нитей *6*, смещенные на величину $\gamma/2$, кратную угловому шагу радиальных плоскостей и размещенные между наружной поверхностью *4* и условной цилиндрической поверхностью *7*.

Как один из вариантов траектория укладки нити в плоскости XY может соответствовать логарифмической спирали. Схема расчета такой структуры представлена на рис. 2.12. Для расчета используем уравнение логарифмической спирали

$$g = \exp\left[\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2}\cdot\varphi\right], \tag{2.1}$$

где $g = R_1/R_0$—коэффициент роста, или

$$\frac{R_1}{R_0} \quad \exp\left[\operatorname{ctg}\left(\frac{\alpha}{2}\cdot\varphi\right)\right], \tag{2.2}$$

где R_1—радиус наружной окружности; R_0—радиус внутренней окружности; $\alpha = 90° \mp \Delta$—угол между нитями направлений X и Y.

При $\alpha = \frac{\pi}{2}$, $\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2} = 1$ уравнение (2.2) имеет вид

$$R_1/R_0 = e^{\varphi} \tag{2.3}$$

Угол φ определим из соотношения

$$\varphi = \ln\left(R_1/R_0\right). \tag{2.4}$$

Число лучей звезды найдем по формуле

ном порядке в глазки лиц и закрепляются в зубьях заправочных гребенок технологической оправки. Таким образом все нити основы сходятся к центру машины равномерно распределенным пучком.

Из этих нитей при помощи жаккардовых машин посредством гибких связей и аркатных шнуров образуется зев, в который с помощью челноков, двигающихся по круговой концентрической траектории вокруг технологической оправки с определенным натяжением, прокладывается уточная нить.

Величина напряжения, а также соотношение натяжений утка и суммарного натяжения нитей основы, расположенных в зоне тканеформирования, являются основными определяющими условиями обеспечения процесса формирования структуры бесприбойным методом. Ее величина определяется соотношением

$$T_y = k\Sigma t_{0,} \qquad (2.14)$$

где T_y—усилие натяжения утка; k—коэффициент превышения T_y над Σt_0; Σt_0—суммарное усилие натяжения нитей основы в зоне тканеформирования.

Управление положением нитей основы в процессе тканеформирования выше или ниже плоскости заступа обеспечивается программными устройствами жаккардовых машин, которые определяют структуру, профиль и контур формируемого изделия. Сформированная структура отводится из зоны формирования вдоль вертикальной оси механизмом перемещения оправки.

В качестве основной структуры для получения каркасов по этому методу используется близкая к ортогональной (квазиортогональная) трехнаправленная структура 3D, приведенная на рис. 2.13. В системе слои параллельно уложенной основы всегда ориентированы в направлении образующей детали, уток—в кольцевом, а нити соединительной основы—в радиальном направлении. Средняя плотность каркаса, получаемая бесприбойным ткачеством, составляет 760 кг/м^3 Такая плотность обусловлена в основном тем, что число нитей, участвующих в процессе тканеформирования, близко к критическому (максимально возможному) значению и сам метод формирования утком способствует уплотнению структуры в радиальном направлении.

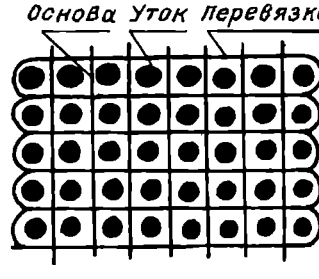


Рис. 2.13. Тканая структура 3 D

На процесс тканеформирования и физико-механические свойства материала на основе тканевых каркасов при одном и том же наполнителе сильно влияет соотношение в объеме основной, уточной и перевязочной нитей. Это соотношение каждый раз подбирают расчетом, исходя из величины и направления действующих нагрузок.

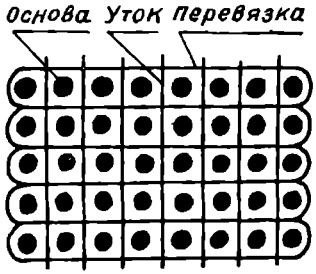


Рис. 2.14. Тканая структура 3DH

Рис. 2.15. Тканая структура 3DP

Наряду с квазиортогональной структурой 3 D этим способом могут быть сформированы армирующие системы структуры 3 DH, *Z* 3 DП (рис. 2.14—2.16). Структура 3 DH имеет меньшую степень армирования. В структуре 3 DП имеет место перехлест нитей перевязки, что может привести к увеличению размера ячейки вдоль утка и к снижению степени армирования по основе. Структура *Z* (диагональ) не может рекомендоваться для силовых оболочек из-за непрямолинейности нитей основы.

Рис. 2.16. Тканая структура 3DП

Метод бесприбойного ткачества обеспечивает возможность получения каркасов сложной геометрической формы. Толщина стенки тканых оболочек определяется емкостью шпулярников, видом применяемых структур и может управляться в процессе тканеформирования.

2.6. Формирование армирующих систем на основе тканей

Простым и доступным способом получения объемно армированных наполнителей является послойная выкладка заготовок из ткани или ленты с последующей прошивкой по третьей координате (рис. 2.17). Дополнительное армирование тканей волокнами, отличающимися высокой прочностью или другими специальными свойствами, позволяет значительно расширить область применения УУКМ на их основе. Важным преимуществом применения тканей является возможность изготовления деталей сложной формы, часто без последующей механической обработки.

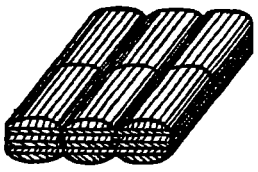


Рис. 2.17. Прошивной тканевый пакет

Для получения толстостенных деталей расчетное количество углеродной ткани укладывают в пакет и в специальном приспособлении уплотняют до 400—450 кг/м^3. После этого пакет армируют на всю толщину углеродной нитью, для чего пакет прокалывают с шагом 4 × 4 мм вращающимся шилом на станке с ЧПУ, а затем через полученные отверстия прокладывают углеродную нить.

Для оболочечных конструкций изготовление каркаса на тканевой основе заключается в послойной выкладке ткани на оправке с последующей прошивкой по третьей координате. Чередуя в пакете в определенном порядке (в зависимости от действующих нагрузок) слои, например низкомодульной ткани и высокопрочной однонаправленной ленты, можно в широких пределах управлять несущей способностью каркаса и изделия в целом.

ГЛАВА 3

МЕТОДЫ ФОРМИРОВАНИЯ УГЛЕРОДНОЙ МАТРИЦЫ

3.1. Углеродные матрицы

Роль углеродной матрицы в армированном композите заключается в придании изделию необходимой формы и создании монолитного материала. Объединяя в одно целое армирующий наполнитель, матрица позволяет композиции воспринимать различного рода внешние нагрузки: растяжение (как в направлении армирования, так и перпендикулярно к нему), сжатие, изгиб, сдвиг и кручение. В то же время матрица принимает участие в создании несущей способности композиции, обеспечивая передачу усилий на волокна.

В современных УУКМ в качестве матрицы используют различные модификации углерода: а) кокс, полученный в результате высокотемпературного отжига отвержденных термореактивных смол [82]; б) пиролитический углерод—продукт разложения углеродосодержащих соединений на горячих поверхностях [92]; в) комбинацию кокса с пироуглеродом; г) углерод, модифицированный карбидо- и нитридообразующими элементами.

Исходные органические материалы, используемые для формирования углеродной матрицы, должны удовлетворять следующим требованиям: высокого выхода углерода, низкого давления паров в процессе карбонизации, воспроизводимости свойств, типу каркаса материала. При этом к числу факторов, характеризующих структуру армирующего каркаса, относят

а) размер и форму каркаса;

б) тип (типы) нити, в частности, характеристики смачивания и сцепления, температуру изготовления нити в сравнении с предусмотренной температурой обработки углерод-углеродного композита;

в) геометрию и схему переплетения нитей, определяющие размеры пор, распределение пор и связующих их проходов;

г) объемное содержание волокон в заготовке;

д) тип заготовки (сотканный сухой каркас или предварительно пропитанный и частично отвержденный полуфабрикат).

Процесс уплотнения и исходный материал матрицы должны соответствовать типу каркаса и обеспечивать заданные свойства конечного изделия.

В качестве исходных материалов для получения углеродной матрицы с применением процесса карбонизации используют органические смолы с высоким коксовым числом и пеки. При этом важно, чтобы исходные материалы имели высокое содержание ароматических углеводородов, высокую молекулярную массу и обладали развитыми поперечными химическими связями.

Физические свойства пиролитического углерода определяются микроструктурой, которая в свою очередь зависит от состава газа при осаждении и условий реакции. В качестве рабочего вещества при газофазном осаждении используют природный газ, метан, ацетилен, реже—другие углеводороды [84].

Для получения композита с заданными свойствами необходимо определить наиболее выгодное сочетание наполнителя и матрицы, а также выбрать наиболее благоприятный технологический режим получения углеродной матрицы.

В зависимости от фазового состояния углеродсодержащих веществ различают следующие способы уплотнения углеродом УВН:

1) с использованием газообразных углеводородов (природный газ, метан, пропан-бутан, бензол и т.п.);

2) с использованием жидких углеводородов, характеризующихся высоким содержанием углерода и большим процентом выхода кокса (пеки, смолы);

3) комбинированный, включающий в себя пропитку пористых каркасов жидкими углеводородами, карбонизацию и уплотнение ПУ из газовой фазы.

3.2. Химическое газофазное осаждение пироуглерода

Пиролитический углерод (ПУ)—продукт разложения углеродсодержащих соединений на горячих поверхностях—может быть получен при пиролизе этих соединений в конденсированной фазе, однако более распространен метод осаждения из гомогенно или гетерогенно разлагающихся газов и паров. Понятие «пироуглерод» объединяет различные материалы, отличающиеся структурой и свойствами, но «родственных» только по принципу получения из парогазовой фазы [92].

Процесс уплотнения исходного каркаса ПУ происходит за счет инфильтрации молекул углеводородов внутрь каркаса и их разложения с образованием ПУ. Процесс пиролиза легко управляем изменением контролируемых параметров (температуры, давления, расхода газа). Сравнительно низкая температура пиролиза, умеренная концентрация углеродсодержащих газов, низкое давление значительно упрощают аппаратурно-технологическое обеспечение процесса.

Процесс уплотнения каркаса ПУ можно производить несколькими способами: изотермическим, градиентом давления, градиентом температуры.

Изотермический способ предусматривает пропускание углеродсодержащего газа над поверхностью нагретой подложки (каркаса) при сравнительно умеренном давлении. Недостаток—длительность процесса насыщения, образование поверхностной корки, препятствующей проникновению газа внутрь каркаса. Этот способ наиболее эффективен при подпитке подложек малой толщины.

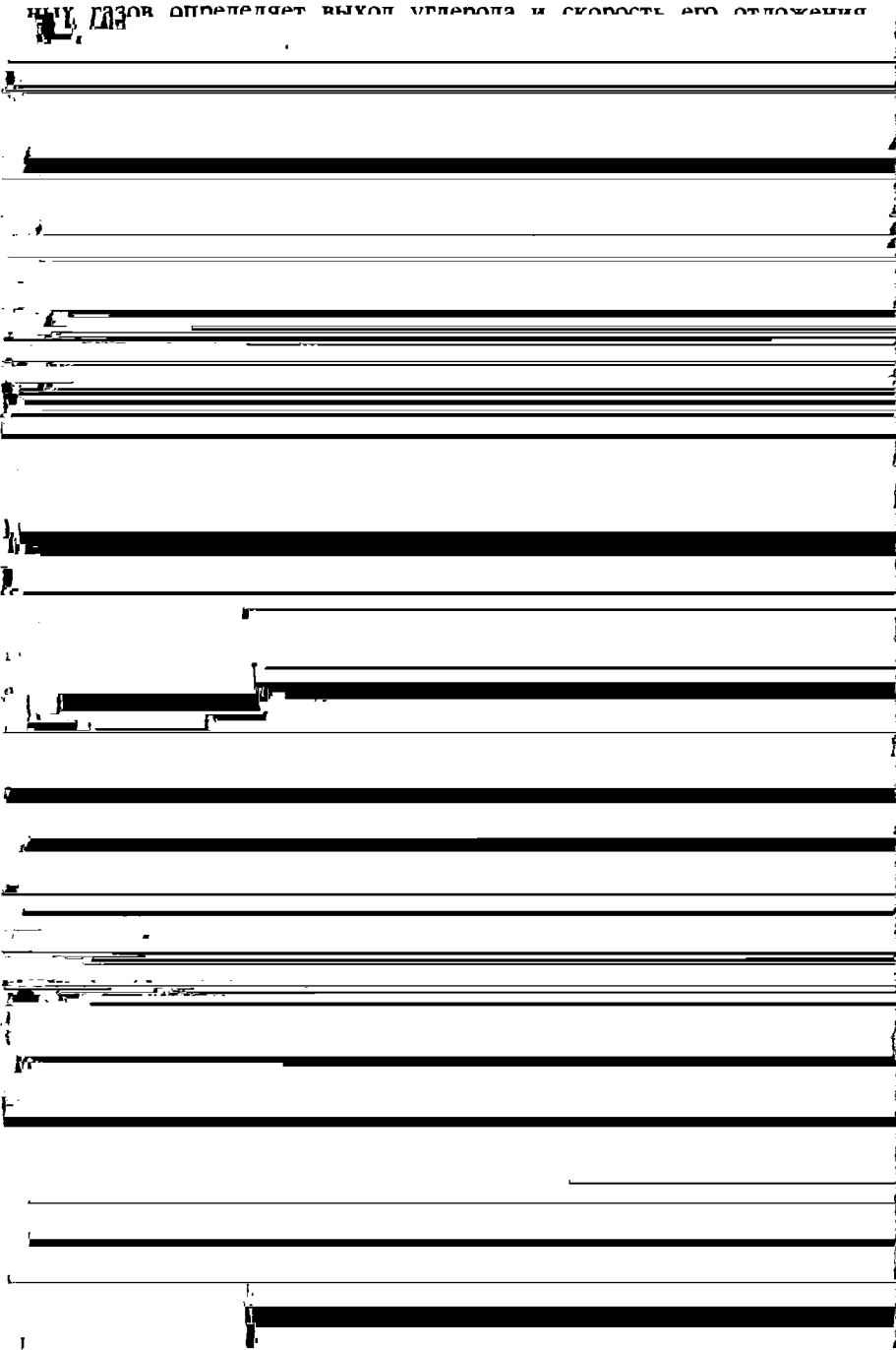
В другом способе по всей толщине подложки устанавливается разность давлений и углеродсодержащий газ принудительно фильтруется через стенки каркаса. Принудительная фильтрация ускоряет процесс уплотнения и намного увеличивает толщину пропитываемого каркаса. Однако вследствие понижения концентрации углеродсодержащего газа и, соответственно, уменьшения скорости осаждения ПУ по ходу фильтрующегося газового потока структура материала получается неравноплотной.

Наибольшее распространение получил термоградиентный метод, когда по всей толщине пористого каркаса устанавливается определенная разность температур и углеродсодержащий газ проходит со стороны поверхности с низкой температурой. В этом случае исключается образование поверхностной корки, что способствует получению качественного материала. Данный способ наиболее эффективен при уплотнении каркасов средней и большой толщины.

При глубоком термическом разложении углеводородов в газовой фазе одновременно протекают различные химические процессы, в результате которых возникают как более легкие, так и более тяжелые углеводороды, водород, различные твердые углеродные продукты. Структура и свойства углеродных продуктов многообразны и зависят от условий протекания процесса. Например, продукты термического разложения в зависимости от внешней геометрической формы содержат слоистый или блестящий углерод, получивший название пироуглерод (ПУ); волокнистый или нитевидный углерод; углерод в дисперсном состоянии или сажу.

Пироуглерод—монолитное углеродное тело, он образуется на нагретых каталитически неактивных поверхностях. Углеродные нити имеют форму цилиндрических игл или волокон, длина которых на несколько порядков превышает их диаметр. Углеродные нити получаются на каталитически активных участках поверхности, представляющих собой либо участки, содержащие атомы металла (прежде всего группу железа), либо места дислокации. Сажа представляет собой вещество, состоящее из совокупности субмикроскопических углеродных частиц сферической (или близкой к сферической) формы. В отличие от процесса образования ПУ и углеродных нтей образование сажи—объемный процесс.

Образование ПУ имеет место в широком диапазоне температур (700—3000 °С); химический механизм этого процесса даже для одного и того же исходного углеводорода может быть существенно различен при разных температурах. Состав исход-



При газофазном осаждении ПУ критерием устойчивости технологического процесса и достаточно надежным параметром оптимизации является одна из основных характеристик углерод-углеродного материала—плотность. Плотность материала является

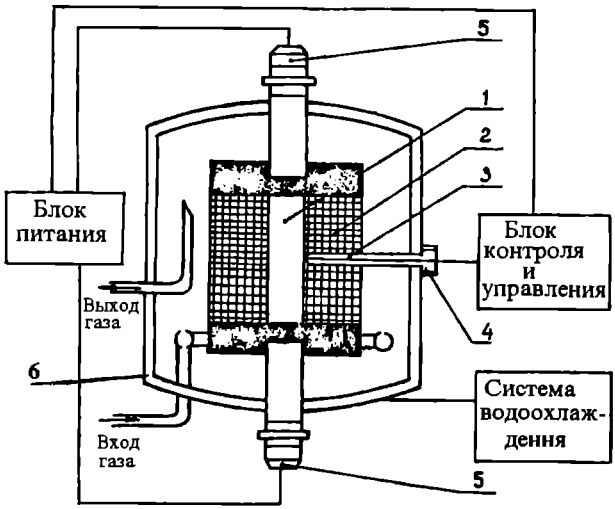


Рис. 3.1. Схема установки газофазного термоградиентного метода уплотнения пироуглеродом: *1*—нагреватель; *2*—углеродный каркас; *3*—термопара в кварцевой трубке; *4*—механизм перемещения термопары; *5*—электроды; *6*—водоохлаждаемый реактор

функцией многих параметров и зависит от плотности каркаса, скорости движения фронта пиролиза, концентрации реагента и давления газа в реакторе.

Важным этапом поиска оптимальных условий процесса является определение количественного описания исследуемого процесса в совокупности регулируемых параметров. Процесс формирования УУКМ уплотнением пористого каркаса ПУ газофазным методом можно отнести к типу «плохо организованных», или «диффузных», систем. В них не удается четко выделить влияние отдельных факторов на конечный результат. Прежде всего это касается влияния торможения водородом. Такие системы иногда называют «большими системами», так, как в них проявляется действие многих разнородных факторов, определяющих различные по своей природе, но тесно взаимодействующие друг с другом, процессы.

Изучение «диффузной» системы с использованием однофакторного эксперимента затруднительно, поэтому для построения математической модели процесса уплотнения ПУ воспользуемся методами многомерной статистики, а именно принципами теории корреляции.

В общем случае полиномиальная (локально-интегральная) модель предтавляется соотношением

$$y_i = b_0 + \sum_{i=1}^{k} b_1 X_{1i} + \sum_{i=1}^{k} b_2 X_{2i} + \ldots + \sum_{i=1}^{k} b_k X_{ki}. \qquad (3.2)$$

Коэффициенты функции отклика b_0, b_1, b_2, ..., b_k (коэффициенты полинома) можно интерпретировать как коэффициенты ряда Тейлора.

В качестве факторов, влияющих на конечный результат,— плотность материала $\rho_м$—принимают плотность армирующей системы (каркаса) $\rho_к$; расход природного газа, проходящего через реактор, $Q_г$; давление газа в реакторе $P_г$; ток и напряжение, I_Σ и U_Σ соответственно; концентрацию водорода в газообразных продуктах пиролиза на выходе из реактора k_{H_2}.

Выбор факторов подчиняется следующим требованиям:

а) факторы должны быть управляемыми;

б) факторы являются операциональными, т.е. последовательность выполнения операций, с помощью которых устанавливаются конкретные условия факторов, определяются однозначно;

в) точность и надежность измерения факторов должны быть достаточно высокими.

Данный подход использовался для изучения связи между технологическими параметрами при исследовании трехмерно ортогонально армированного материала по результатам изготовления 96 заготовок. Контролируемые параметры: плотность каркаса 440—540 кг/м^3; плотность УУКМ 1610—1820 кг/м^3; ток 4,6—7,1 кА; напряжение 6,3—8,7 В; расход природного газа в реакторе 3,2—13,0 м^3/ч; давление газа в реакторе 19—31 мм рт. ст.; концентрация водорода в газообразных продуктах реакции 1,29—14,83 %. Скорость движения зоны пиролиза во всех случаях постоянна.

С учетом выбранных факторов уравнение регрессии имеет вид

$$\rho_м = f(\rho_к, I_\Sigma, U_\Sigma, P_г, Q_г, K_{H_2}, V_п), \qquad (3.3)$$

где $V_п$—скорость движения зоны пиролиза, км/ч.

Исследования показали, что распределение функции $\rho_м$ соответствует закону Максвелла. Для проверки согласия эмпирического распределения с теоретическим, учитывая объем выборки, применяли критерий Ястремского.

При составлении уравнения регрессии руководствовались предположениями линейной корреляционной зависимости между факторами. Построенная таким образом математическая модель,

характеризующая зависимость плотности УУКМ от технологических параметров, имеет вид

$$\rho_м = 1{,}733 - 0{,}457\rho_к + 0{,}179I_\Sigma + 0{,}028U_\Sigma - 0{,}164P_г - \\ - 0{,}022Q_г - 0{,}073K_{H_2}. \quad (3.4)$$

Хотя ни само уравнение (3.4), ни его коэффициенты не имеют физического смысла, оно имеет определенную ценность. Полученная зависимость позволила оценить силу влияния контролируемых параметров химико-технологического процесса на плотность получаемого материала. Из уравнения (3.4) следует, что на изменение плотности композита наибольшее влияние оказывает изменение плотности каркаса. Отсюда вытекают и основные требования к конструкции каркаса—возможность свободного доступа углеродсодержащего газа в элементарные ячейки, обеспечивающая полное заполнение их ПУ с целью исключения закрытой пористости в УУКМ.

Для ортогональной или квазиортогональной схем армирования расчет плотности каркаса в зависимости от выбранных размеров элементарной ячейки может быть сделан по формуле

$$\rho_к = \frac{\rho_н}{10^5}\left(\frac{\Pi_x}{dz\,dy} + \frac{\Pi_y}{dx\,dz} + \frac{\Pi_z}{dx\,dy}\right), \quad (3.5)$$

где $\rho_н$—линейная плотность нити, текс; Π_x, Π_y, Π_z—число нитей в элементарной ячейке по направлениям X, Y, Z соответственно; dx, dy, dz—размеры граней элементарной ячейки, мм.

При установившемся режиме газофазного содержания ПУ, т.е. при фиксированных значениях параметров I_Σ, U_Σ, $V_г$, $P_г$, K_{H_2} на постоянном уровне, плотность материала как функцию плотности армирующего каркаса можно представить в следующем виде:

$$\rho_м = \rho_{пу}\left(C + K_1\rho_к + \frac{K_2}{\rho_к^2}\right) - \rho_к\left(\frac{\rho_{пу}}{\rho_b} - 1\right), \quad (3.6)$$

где $\rho_{пу}$—плотность пироуглеродной матрицы; $\rho_к$—плотность армирующего каркаса; $\rho_в$—плотность волокна; K_1, K_2—коэффициенты, учитывающие макро- и микропористость соответственно; C—постоянный коэффициент, зависящий от вида ячейки.

3.3. Получение углеродной матрицы из жидкой фазы

Технологический процесс получения УУКМ жидкофазным методом включает изготовление пористого каркаса, пропитку его жидкими углеводородами, карбонизацию под давлением и графитацию. Выбирая полимерную матрицу для пропитки, последу-

ющего уплотнения каркаса и перевода его в углерод-углеродный композит, учитывают следующие характеристики матрицы и продукта ее пиролиза: а) вязкость; б) выход кокса; в) микроструктуру кокса; г) кристаллическую структуру кокса. Все эти характеристики зависят от давления и температуры в процессе получения углерод-углеродных композитов. В качестве смол чаще всего применяют фенольные, а также полиамидные, поливинилсилоксалановые, полифенилсилоксановые, фурфуриловые и эпоксиноволачные смолы, полимеры на основе нафтохинола, бензохинола, бифенила и ряда других. Наиболее прогрессивным и перспективным направлением является использование в качестве сырья пеков нефтяного и каменноугольного происхождения [50, 82], поскольку они имеют существенные преимущества: доступность и низкую стоимость, высокое содержание углерода при сохранении термопластичности, способность к графитации подготовленных мезофазных пеков. Обычно к пекам относят твердые, но плавкие продукты термических превращений асфальтосмолистых веществ, получаемых из нефти, каменного угля или другого органического сырья. Характеристики типичных смолы и пека, применяемых для уплотнения УУКМ, приведены в табл. 3.1 и 3.2.

Таблица 3.1

Характеристики фенольной смолы [55]

Плотность, г/см^3	1,08—1,09
Содержание твердых веществ, %	60—62
Вязкость при температуре 25 °С, мПа·с	120—200
Показатель преломления	1,518—1,525
Время отверждения при температуре 165 °С, с	85—105
Содержание свободного формальдегида, %	0—0,5
Содержание свободного фенола, %	11,5—13,5
Содержание микропримесей (Na, K, Li, Fe), частей на миллион	< 5 каждого < 10

Таблица 3.2

Характеристики каменноугольного пека [55]

Температура размягчения, °С	94—107
Вязкость при температуре 50 °С, мПа·с	30—50
Нерастворимые бензолом вещества, %	24—28
Нерастворимые хинолом вещества, %	2—7
Коксовое число	52—62
Плотность, г/см^3	1,28—1,31
Содержание серы, %	0,1—0,6
Зольность, %	0,2—0,5

В зависимости от применяемого сырья пеки подразделяют на нефтяные кислые гудроны, нефтяные крекинговые пеки, каменноугольные, полихлорвиниловые, тетрабензофеназиловые и нефтяные бинизмы. Химический состав и свойства пеков изменяются в широких пределах в зависимости от природы исходного сырья и условий технологических процессов образования пеков. При нагревании пеков до 400—500 °С и выше образуется кокс. Поэтому получение пека можно рассматривать как определенную стадию карбонизации органического вещества, предшествующую коксообразованию.

В определенных условиях в пеках может зарождаться и расти жидкокристаллическая фаза (мезофаза), которая обеспечивает образование анизотропного графитирующего кокса. В связи с этим в настоящее время различают пеки изотропные (обычные, немезофазные) и анизотропные (мезофазные).

Анизотропная структура всех графитирующихся коксов формируется через мезофазные превращения при температуре 390—520 °С и представляет собой фазовый переход в жидкое состояние, в процессе которого большие полимеризованные ароматические молекулы изотропной пековой массы располагаются параллельно образованию жидких кристаллов. Жидкие кристаллы мезофазы возникают в изотропной жидкой пековой массе при температуре 390—450 °С. При низкотемпературной карбонизации (550—650 °С) происходит фазовый переход мезофазы в твердый полукокс [50]. Этот процесс сопровождается вспучиванием под действием выделяющихся газов, что ведет к образованию мелкопористой структуры кокса. При вспучивании происходит глубокая деформация кокса, что приводит к увеличению числа дефектных структур на несколько порядков и при последующей термообработке к возникновению усадочных трещин.

В общей схеме карбонизации наиболее ответственным является дегидрирование, которое должно обеспечивать ароматизацию исходного сырья, а не распад его на газообразные продукты. Важно также, чтобы образовались конденсированные ароматические системы, так как даже простейшие из них (нафталин, антрацен) не образуют при пиролизе бензол, а склонны к образованию высокомолекулярных многоядерных продуктов уплотнения. В этом отношении нефтяное и каменноугольное сырье является перспективным, так как содержит ароматические и конденсированные ароматические соединения, а также нафтеновые и нафтеноароматические структуры, склонные к ароматизации при повышенной температуре. Из разных составов нефти предпочтительны высокоциклические и ароматические.

Формирование структуры и свойств углеродо-коксовой матрицы зависит от условий термообработки, которые можно условно разделить на несколько стадий: карбонизацию (900—1423 °С)—разложение органических соединений и формирование молекулярной упорядоченной структуры углерод-кокса; предкристаллизацию (1400—2000 °С)—упорядочение атомов углерода в более совер-

шенную структуру с образованием, так называемых, переходных форм углерода; гомогенную графитацию (2000—3000 °С)—превращение переходных форм углерода в кристаллический графит.

На процессы структурирования углеродных слоев при термообработке оказывает влияние давление, которое на основе принципа Ле-Шателье—Брауна должно смещать процесс формирования в область более низких температур. При температуре выше 2200 °С и атмосферном давлении наблюдается текучесть углеродных слоев, так называемый крипп, скорость которого растет с температурой и давлением. Крипп способствует подвижности, росту и упорядоченности углеродных слоев. При давлении 10^3 МПа и температуре 1000 °С структурная трехмерная упорядоченность нефтяного кокса заканчивается.

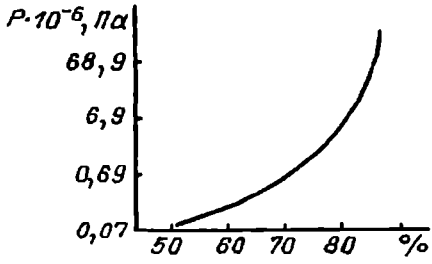


Рис. 3.2. Влияние давления на выход углерода из смолы при карбонизации

На выход углерода решающее значение оказывает давление при карбонизации (рис. 3.2). При давлении 10^3 МПа и температуре 600 °С выход кокса увеличивается в два раза, что связано с большей степенью ароматизации при разложении углеродных веществ. Нефтяные и каменноугольные пеки в процессе термохимической обработки образуют мягкий, хорошо графитирующийся углерод.

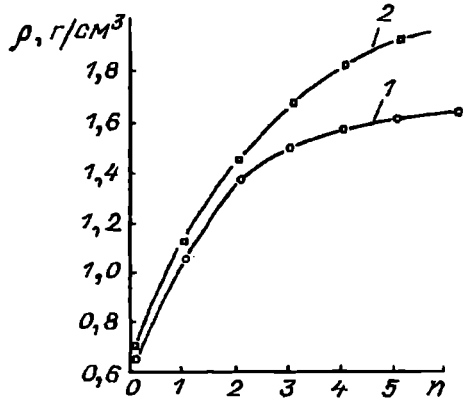


Рис. 3.3. Зависимость плотности композита с прямыми волокнами от числа циклов уплотнения n [100]: *1*—PIC процесс; *2*—карбонизация при атмосферном давлении

Предварительная пропитка пористого каркаса пеком производится под давлением от 5—6 до 30 атм. Завершающим и технически трудным этапом процесса является карбонизация при давлении 1000—2000 атм и температуре 900—1100 °С. После многократных повторений цикла пропитка—карбонизация плотность материала может достигать 2000—2100 кг/м^3. На рис. 3.3 показано, как карбонизация при высоком давлении повышает плотность материала, необходимую для увеличения эрозийной стойкости композита. Видно, что первона-

чально высокая скорость роста плотности резко падает после четвертого цикла.

Технология производства деталей из УУКМ жидкофазным методом в части карбонизации под давлением может быть реализована с использованием газостатов либо прессов усилием 25 000—50 000 тс и более.

Комбинированный, или комплексный, метод формирования углеродной матрицы заключается в химическом газофазном [illegible] последующей пропитке пеком с

шение предельной деформации приводит к снижению энергии разрушения или ударной вязкости.

Морфология углеродной матрицы при графитизации зависит от температуры термической обработки. Углерод, сформированный при температуре 2000 °С, имеет склонность образовывать смешанные квазикристаллические структуры. Для него характерно отсутствие последовательности в размещении кристаллов в пространстве, слои графита непараллельны, разорваны, перемешаны. Расстояние между базовыми (основными) плоскостями d_{002}, характеризующее степень упорядоченности углеродной матрицы, относительно велико—более 3,44 Å. Процесс тепловой обработки при 3000 °С состоит в превращении неупорядоченного материала, содержащего дефекты основных (базовых) плоскостей, в материал, состоящий из основных плоскостей, свободных от дефектов. Это превращение сопровождается уменьшением расстояния между основными плоскостями до величины, близкой к расстоянию между основными плоскостями в одиночном кристалле графита, т.е. до $d_{002} = 3\,35$ Å. Происходит уплотнение материала. Кроме уплотнения, в процессе графитизации материал приобретает высокую электрическую проводимость и теплопро-

электрической проводимости, температурному коэффициенту линейного расширения (ТКЛР), рентгенографически и некоторыми другими методами, то это приводит к тому, что значения степени кристалличности, определенные различными методами, не всегда совпадают. С достаточной достоверностью оценка может быть проверена рентгенографически по отношению интенсивностей дифракционных линий (112) и (110). В табл. 3.4 приведены основные показатели, характеризующие степень совершенства структуры некоторых углеродных материалов.

Таблица 3.4

Рентгенографические показатели различных углеродных материалов

Материал	d_{002}, нм	L_c, нм	K, %
Ткань Урал-ТМ/4 + ПУ	0,347 + 0,01	0,2–0,3	15—20
Жгут УКН + ПУ	$\frac{0,345+0,01}{0,345+0,01}$	$\frac{0,4-0,6}{0,4-0,6}$	$\frac{30-40^{*}}{17-25^{**}}$
Нить Урал-Н в состоянии поставки	(0,350–0,353)+0,01	1,3–1,4	16–19
Нить УКН в состоянии поставки	(0,347–0,153)+0,01	1,4–1,6	21–25

* Перпендикулярно плоскости осаждения.
** Параллельно плоскости осаждения.

3.5. Модифицированные углеродные матрицы

Модифицирование, легирование по углеродсодержащим материалам, означает введение в материал различных элементов или их композиций. Легирование углеродных материалов преследует следующие цели [92]:

а) изменение физических и химических свойств материала в результате образования твердых растворов и комплексов;

б) использование донорных и акцепторных элементов для изучения электронной структуры и направленного изменения электронных свойств;

в) влияние на структурные преобразования в процессе термической обработки исходных органических соединений (положительный и отрицательный катализ).

Вводимые в материал атомы делят на две категории:

1) атомы с объемом, близким к объему атома углерода, т.е. способные замещать его в кристаллической решетке,—бор, азот, кислород;

2) атомы с объемом, бо́льшим объема атома углерода; они могут замещать углерод, не изменяя существенно решетку графита; к этой категории относятся большинство металлов, а также их окислы.

Наиболее эффективно замещает атомы углерода в слое бор. Бор и его соединения являются также катализаторами процесса графитизации. Вводят их в количестве 3—5 % по массе как в исходный материал (при жидкофазном формировании углеродной

матрицы), так и в предварительно карбонизованный углеродный материал. Каталитическая активность бора проявляется уже при низкотемпературной (2350 °С) графитизации. Под влиянием соединений бора происходит гомогенная графитизация углерода с образованием совершенной трехмерной структуры.

В качестве легирующих добавок используют карбидообразующие элементы IV группы периодической системы, которые оказывают существенное влияние на физико-химические свойства получаемых графитов и УУКМ. Эти элементы не входят в решетку графита и локализуются в виде небольших карбидных включений в объеме материала. Они ускоряют процесс совершенствования структуры во время термообработки. Уникальными свойствами обладают композиции: графит—карбид кремния—кремний, или силицированный графит. Его основные характеристики приведены в табл. 3.5.

Силицированные углеграфитовые материалы обладают большой износоустойчивостью и низким коэффициентом трения; высокой термической и химической стойкостью; более высокой температурой окисления (1350—1550 К); повышенной эрозионной стойкостью; меньшим давлением паров и скоростью испарения; высокой твердостью. На механических свойствах при высоких температурах значительно сказываются содержание карбида кремния и наличие свободного непрореагировавшего кремния.

Таблица 3.5

Физико-механические характеристики силицированного графита различных марок [92]

Показатель	СГМ	СГ-Т	СГ-П
Плотность, кг/м	2250—2400	2500—2700	2400—2600
Предел прочности, МПа:			
при растяжении	29,4—39,3	39,3—49,1	59
при сжатии	128—157	294—314	412—442
при изгибе	68,6—78,5	78,5—108	98,1—118,8
Ударная вязкость, кДж/м^2	2,8	2,8	4,0
Модуль упругости при сжатии, МПа	95,2	93,4	125
Коэффициент теплопроводности при 373 К, Вт/м^2 ·град	139—218	85—100	130—150
Температурный коэффициент линейного расширения, 10^{-6} град$^{-1}$ (293—1293 К)	4,6	4,6	4,2

Боросилицированные углеродные материалы отличаются от силицированных повышенной жаростойкостью, что связано с образованием на поверхности изделий сплошной самовосстанавливающейся боросиликатной пленки, обладающей повышенной термостойкостью и твердостью карбидной фазы. Изделия из боросилицированных материалов способны длительное время работать на воздухе при температуре до 1750 К, выдерживают многократные резкие теплосмены (от 2250 до 290 К) и практически не смачиваются расплавленными цветными металлами.

ГЛАВА 4

СТРУКТУРА И СВОЙСТВА УГЛЕРОД-УГЛЕРОДНЫХ КОМПОЗИТОВ

4.1. Углеродные матрицы

Свойства УУКМ в значительной степени определяются структурой углеродной матрицы. Наиболее часто применяемыми исходными материалами для матрицы в углеродных композитах, как показано в гл. 3, являются смолы, пеки и углерод, химически осажденный из газообразного углеводорода.

Степень однородности формирующейся структуры матрицы УУКМ при его насыщении термоградиентным методом в значительной мере зависит от геометрических параметров армирования, в частности, от межцентрового расстояния между волокнами армирования (МРМВА). Характеристика пироуглеродных образований для УУКМ ортогонального армирования (наполнитель жгут УКН) с различным МРМВА приведена в табл. 4.1.

Таблица 4.1

Характеристики пироуглеродных образований в зависимости от МРМВА [20]

Характеристика	МРМВА		
	2 мм	3 мм	6 мм
Относительное объемное содержание волокна	0,30	0,15	0,17
Преобладающий размер пироуглеродных образований в матрице между волокнами, мм	0,05—0,10	0,15—0,27	0,25—0,45
L_c, нм	2,5—3,0	4—6	6—7
d_{02}, нм	0,345±0,002	0,345±0,002	0,345±0,002
Микропористость, %	22—35	11—12	12—16

Примечание: Расстояние между филаментами и пачками филаментов в волокне 0,0008—0,0080 мм; размеры пироуглеродных образований внутри волокна 0,0008—0,0080 мм; форма пироуглеродных образований конусообразная.

Структуру УУКМ исследовали на специально приготовленных шлифах, просматривая их в поляризованном свете с использованием оптических микроскопов. По результатам наблюдений

установлен интервал преобладающих размеров, составляющих не менее 75 % интервала всех имеющихся в структуре размеров пироуглеродных образований. Макропористость, оцениваемая методом секущих отрезков [64], косвенно характеризует степень заполнения ПУ ячеек структуры между волокнами.

Рентгеноструктурные исследования проводили на приборе ДРОН-3 с записью интенсивности рентгеновских линий в полном угловом интервале с использованием CuK-излучения. По данным записи рассчитывали [86] следующие кристаллографические параметры: L_c—области когерентного рассеяния или размеры кристаллов; K—степень графитации; d_{002}—межплоскостное расстояние по линии (002). Результаты оптических наблюдений структуры ПУ матрицы в исследованных образцах при вариации МРМВА приведены в табл. 4.1. Преобладающий размер пироуглеродных образований для каждого определенного МРМВА растет с увеличением расстояния между волокнами армирования.

На рис. 4.1 представлена структура ПУ матрицы УУКМ с МРМВА 2 мм. На рис. 4.2 приведена структура пироуглеродных образований в межфиламентном пространстве внутри волокон. Видна конусообразная форма пироуглеродных образований. При

Рис. 4.1. Фрагмент микроструктуры УУКМ (МРМВА равно 2 мм), ×39

хорошем заполнении нити пироуглеродом отдельные филаменты связаны между собой через пироуглеродные образования. С увеличением расстояния между филаментами и пачками фила-

Рис. 4.2. Фрагмент микроструктуры УУКМ (конусообразная форма ПУ), ×1350

ментов размеры пироуглеродных образований внутри волокна растут. Минимальный размер пироуглеродных образований соответствует минимальному размеру расстояния между филаментами (или пачками филаментов) внутри волокна.

Увеличение МРМВА приводит к уменьшению объемного содержания волокна в УУКМ. Преобладающие размеры пироуглеродных образований уменьшаются с увеличением объемного содержания волокна.

В процессе исследований изготовляли образцы, у которых МРМВА изменялось по объему. В плоскости, перпендикулярной к плоскости насыщения, МРМВА составляло 3 мм (ячейка армирования 3×3); в плоскости, параллельной плоскости насыщения, МРМВА равны 3 и 0,85 мм (ячейка армирования 3×0,85). При этом относительное объемное содержание волокна не изменялось по отношению к исследованному образцу с МРМВА, равным 3 мм. Это достигалось путем вариации числа сложений нити от 1 до 2. Результаты оптических исследований структуры ПУ в двух плоскостях показали, что увеличение размеров пироуглеродных образований при увеличении МРМВА сохраняется.

По данным рентгеноструктурного анализа определены L_c и d_{002} образцов (см. табл. 4.1.). При уменьшении МРМВА до 2 мм

размеры кристаллов в пироуглеродной матрице уменьшаются, межплоскостное расстояние сохраняется.

Экспериментально установлено, что уменьшение размеров пироуглеродных образований в матрице УУКМ обусловлено уменьшением МРМВА, что, по-видимому, можно объяснить моделью газофазного углерода. С уменьшением расстояния между волокнами или с увеличением их объемного содержания замедляется диффузия в объеме каркаса, так как повышение содержания волокна увеличивает полезное время нахождения газа в зоне нагрева. Уменьшение расстояния между волокнами соответствует увеличению объемного содержания волокна, что уменьшает размеры пироуглеродных образований. Обнаружено существование некоторого интервала преобладающих размеров пироуглеродных образований, который обусловлен моделью газофазного осаждения пироуглерода. При термоградиентном методе насыщения в микрообъемах вполне вероятно колебание температуры. Очевидно, заданный интервал колебаний по температуре в микрообъеме между волокнами с уменьшением расстояния между ними уменьшается, что должно приводить к сужению интервала размеров пироуглеродных образований. Действительно, при МРМВА, равном 6 мм, этот интервал равен 0,2, при 3 мм—0,13, при 2 мм—0,05.

Таким образом, термоградиентный метод уплотнения объемно-армированных плотных структур УУКМ создает условия для формирования в них матрицы пироуглеродных образований, размеры которых заключены в определенном интервале для заданного расстояния между волокнами и увеличиваются с его увеличением.

Интервал преобладающих размеров пироуглеродных образований в матрице сужается при уменьшении МРМВА, т. е. структура матрицы становится более однородной. Кристаллографический параметр d_{002} остается одного порядка, т. е. МРМВА не влияет на степень совершенства пироуглеродной матрицы по этому параметру. Наблюдается незначительное уменьшение параметра L_c при уменьшении МРМВА до 2 мм.

Для обеспечения достаточной однородности матрицы УУКМ необходимо строго выдерживать размеры ячеек армирования во всем объеме. Большая неоднородность может сопровождаться растрескиванием матрицы. Это хорошо видно на рис. 4.3. В матрице присутствуют пироуглеродные образования одновременно с размерами менее 0,05 и более 0,3 мм, а также трещин.

В связи с изложенным становится очевидной необходимость контроля структуры армирования в процессе создания каркаса. Для этой цели используют неразрушающие методы рентгеноконтроля на просвет. Армирующие каркасы до их уплотнения ПУ просвечивают с целью обнаружения дефектов в виде обрывов, пропусков и неравномерности плетения структуры. Указанные дефекты фиксируются на рентгеновской пленке. По результатам исследований типа дефектов проводят статистическую обработку

Рис. 4.3. Фрагмент микроструктуры УУКМ (растрескивание матрицы), ×39

и формируют альбом эталонных снимков по идентификации дефектов и оценке норм дефектности в каркасах.

Особенностью пироуглеродной матрицы является ярко выраженная анизотропия физико-механических свойств в перпендикулярном и параллельном направлениях относительно плоскости осаждения. Особенно это существенно для предела прочности при сжатии и температурного коэффициента линейного расширения (ТКЛР). Так, предел прочности при сжатии ПУ в направлении, параллельном плоскости осаждения, в 3—5 раз ниже, чем в перпендикулярном, а ТКЛР в направлении, перпендикулярном к плоскости осаждения, почти на порядок больше, чем в параллельном направлении плоскости осаждения.

Для уплотнения углерод-углеродных материалов используют термореактивные смолы и пеки. При нагревании смолы и пеки претерпевают различные структурные изменения, что приводит к отличным структурам и плотности углеродной матрицы. На рис. 4.4 показаны обобщенные зависимости некоторых характеристик фурфуриловой смолы и каменноугольного пека от температуры обработки. Как видно, термореактивные смолы дают менее плотный и менее графитизированный кокс, чем каменноугольная смола. Низкая плотность кокса ограничивает уровень плотности углерод-углеродного композита. Однако в некоторых областях применения может оказаться необходимой именно неграфитизированная матрица. При пиролизе термореактивных смол

(фенольных и фурфуриловых) образуется стекловидный углерод, который плохо поддается графитизации. Это снижает плотность углеродной матрицы и параметр межслоевого расстояния d_{002}, который характеризует степень графитизации (см. рис. 4.4) [65].

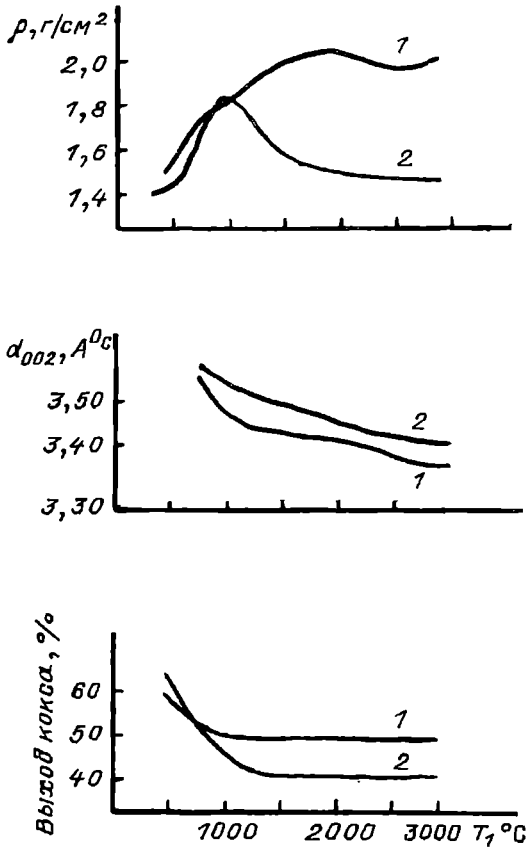


Рис. 4.4. Характеристики смолы и пека в зависимости от температуры термообработки [55]: *1*—пек; *2*—термореактивная смола

Однако в этом случае образуется углерод с высоким пределом текучести матрицы, что снижает возможность ее повреждения при карбонизации и последующей обработке. В процессе карбонизации смолы происходит усадка матрицы, что приводит к наличию усадочных трещин. У некоторых фенольных смол наблюдается линейная усадка до 20 % [55]. Такая большая усадка может вызвать серьезные повреждения и привести к получению 2*D* углеродных композитов с низкими характеристиками, за которые ответственна матрица, обеспечивающая целостность материала. Следует заметить, что смола, отвержден-

ная и карбонизованная под давлением, не обнаруживает усадочных трещин. В многонаправленных композитах повреждение от усадки не является серьезной проблемой ввиду отсутствия в структуре неармированных плоскостей.

Пропиточные пеки, применяемые для получения углерод-углеродных композитов, представляют собой смеси полициклических ароматических углеводородов. В отличие от пространственно сшитых термореактивных смол они являются термопластическими. При нагреве от точки размягчения до температуры около 400 °С пеки претерпевают различные изменения, включая улетучивание низкомолекулярных соединений, полимеризацию, разрыв химических связей и перегруппировку молекулярных структур. Обнаружено [55], что при температурах выше 400 °С в изотропном жидком пеке появляются шарики диаметром 0,1 мм и меньше. Эти шарики, названные мезофазой, имеют высокоориентированную структуру; свойства которой напоминают жидкие кристаллы. При продолжительном нагревании эти шарики сливаются, затвердевают и образуют большие упорядоченные области. Слоистая упаковка молекулярной структуры этих областей способствует образованию графитовой структуры при последующем нагревании до 2500 °С и выше.

Микроструктура кокса, полученного карбонизацией пека, зависит от давления и температуры. При низком давлении получается кокс игольчатой структуры, вероятно, из-за деформации мезофазы вследствие просачивания газовых пузырьков. При более высоком давлении микроструктура кокса выглядит более грубой и изотропной, по-видимому, из-за подавления процессов образования и просачивания газов во время коксования.

Другие аспекты влияния давления на структуру кокса были обнаружены при исследовании антрацена [55]. Повышение давления приводит к образованию мезофазы при более низких температурах. Однако, когда коксование проводилось при очень высоком давлении (около 200 МПа), слияние мезофаз (шариков) не происходило.

Насыщение осаждением из паровой фазы может обеспечить более высокие характеристики поверхности раздела волокно—матрица и (или) матрицы, что ведет к повышению свойств композита. В табл. 4.2 сопоставлены свойства композита, изготовленного из смолы или пека, и композита, изготовленного методом осаждения. Исходные армирующие каркасы-заготовки имели $3D$ ортогональную структуру с нитями диаметром 1,27 мм в направлении Z и шагом между центрами, равным 2,54 мм. Применялись волокна с модулем упругости 245 МПа. Более высокие характеристики материала, изготовленного методом осаждения, можно отчасти объяснить тем, что образцы во время изготовления были выдержаны при температуре около 1100 °С. Если композит далее подвергнуть термообработке при температурах, характерных для процесса получения композитов на основе смолы или пека, его свойства могут понизиться.

Таблица 4.2

Свойства композита с матрицами из смолы/пека и химически осажденной из паровой фазы [55]

Свойство	Смола/пек	Химическое осаждение
Плотность, г/см^3	1,65	1,5
Прочность при растяжении, МПа	82,7	120,6
Прочность при изгибе, МПа	68,9	142,6
Прочность при сдвиге, МПа	27,6	52,7

В другом экспериментальном исследовании использовалась многонаправленная цилиндрическая структура из обмотанных нитью подэлементов, описанная в гл. 2. Цилиндры диаметром 230 мм были армированы высокомодульными нитями в осевом и окружном направлениях. В качестве материалов матрицы исследовались фенольные смолы, пеки, химически осажденный углерод и его комбинации с фенольной смолой. Пропитка жидкими веществами проводилась при низком давлении, как описано в гл. 3. Прочность при растяжении в окружном направлении и прочность при сжатии в осевом направлении определялись на кольцевых образцах. Результаты испытаний приведены в табл. 4.3 и 4.4. Наилучшие свойства при растяжении и сжатии обнаружили композиты, образованные химическим осаждением углерода. Заметно, что химическое осаждение улучшает связь волокон с матрицей.

Таблица 4.3

Характеристики колец из *3D* углерод-углеродного композита при растяжении в окружном направлении [55]

Исходный материал матрицы	Плотность, г/см^3	Прочность, МПа	Модуль упругости, ГПа	Деформация разрушения, %
Фенольная смола	1,62	118,5	70,3	0,18
Твердая фенольная смола	1,65	106,5	64,8	0,17
Тугоплавкий пек	1,64	94,4	106,1	0,08
Легкоплавкий пек	1,65	128,2	64,1	0,05
Изотермически осажденный углерод (без графитизации)	1,59	113,7	77,2	0,15
Изотермически осажденный углерод и фенольная смола	1,73	106,8	77,9	0,13
Осажденный при перепаде давления углерод (без графитизации)	1,35	136,4	68,2	0,20
Осажденный при перепаде давления углерод (с графитизацией)	1,28	130,2	61,2	0,20
Осажденный при перепаде давления углерод и фенольная смола	1,58	128,2	64,1	0,20

Таблица 4.4

Характеристика колец из 3*D* углерод-углеродного композита при сжатии в осевом направлении [55]

Исходный материал матрицы	Плотность, г/см^3	Прочность, МПа	Модуль упругости, ГПа	Деформация при разрушении, %
Фенольная смола	1,62	52,9	20,0	0,59
Твердая фенольная смола	1,65	59,9	20,7	0,50
Изотермически осажденный углерод (без графитизации)	1,59	103,1	33,8	0,48
Изотермически осажденный углерод и фенольная смола	1,73	73,9	27,6	0,40
Осажденный при перепаде давления углерод (без графитизации)	1,35	115,1	23,4	0,72
Осажденный при перепаде давления углерод и фенольная смола	1,58	82,7	18,6	0,65

4.2. Влияние пористости на свойства углеродных композитов

Анализ экспериментальных данных показывает, что жесткость и прочность изделий из УУКМ существенно зависят от пористости углеродной матрицы, заполняющей пространство в каркасе композита и жгутах. В связи с этим и применяют различные технологические приемы повышения плотности (например, наполнение под давлением, повторное наполнение и т.д.).

УУКМ, получаемые газофазным способом, характеризуются достаточно развитой пористостью, определяющей в значительной степени их физико-химические свойства. Пористостью определяются высокая газопроницаемость и пониженная химическая стойкость, что вызывает необходимость разработки специальных технологических методов, направленных на снижение газопроницаемости и повышения эксплуатационных характеристик. Эффективная разработка этих процессов требует знания характеристик пористой структуры, основными из которых являются величина открытой пористости и характер ее распределения по размерам эквивалентных радиусов пор. С этой точки зрения целесообразно классифицировать поры, основываясь на механике перемещения в них газов и паров.

В физике низких давлений [33] истечение газа через единичную течь может быть описано тремя возможными механизмами в зависимости от числа Кнудсена, определяемого как отношение длины свободного пробега молекул газа к характерному размеру канала $2r$. При $\lambda/2r > 1$ течение газа молекулярное, при $\lambda/2r \leq 1$—вязкостное (пуазейлевское), а если выполняется условие $0{,}01 < \lambda/2r < 1$, наблюдается промежуточный режим

течения газа. Длина свободного пробега молекул метана при 1073 К и атмосферном давлении составляет $0{,}26 \cdot 10^{-4}$ см. Опираясь на изложенное, весь спектр УУКМ разделили на следующие группы: фольмеровские (с r до 25–35 Å), кнудсеновские (r от 25–35 Å до 300–350 Å), переходные [с r от 300–350 Å до $(30 \div 35) \cdot 10^3$ Å] и пуазейлевские (с r более $35 \cdot 10^3$ Å) поры.

Для детального анализа влияния технологических факторов на формирование пористой структуры УУКМ целесообразно из группы пуазейлевских выделить макропоры, т. е. поры с $r > 10^5$ Å. Такая классификация полезна для изучения кинетики доуплотнения ПУ.

Скорость диффузии в порах радиусом менее 350 Å (кнудсеновские поры) определяются молекулярным потоком Кнудсена, так как средняя длина свободного пробега молекул газа λ в этих условиях соизмерима с характерным размером пор $2r$. В данном случае коэффициент диффузии прямо пропорционален радиусу пор. Для пор с размером радиуса, на порядок и более превышающих λ, при атмосферном давлении перенос газа осуществляется путем обычной диффузии (пуазейлевские поры $r > 3 \cdot 10^3$ Å). В этих условиях коэффициент не зависит от характерного размера пор, равен обычному коэффициенту диффузии в газах при атмосферном давлении и колеблется в интервале 0,1—1,0 $см^2/с$.

Из применяемых в настоящее время методов исследования пористой структуры УУКМ наиболее распространен метод ртутной порометрии (РП-метод), позволяющий относительно просто и быстро исследовать характер распределения пор практически во всем диапазоне размеров с достаточной точностью.

РП-методом исследовали две группы материалов: на основе ортогонального трехмерно-армированного каркаса на базе жгута УКН-5000 (тип I) и тканевого прошивного пакета на базе ткани Урал-ТМ/4 (тип II). Исследования проводили по методике [71].

Распределение пор по размерам определяли на ртутном поромере при давлениях от 0,027 до 250,0 МПа, позволяющем измерять поры с эквивалентным радиусом от $0{,}3 \cdot 10^2$ до $2{,}8 \cdot 10^5$ Å. В табл. 4.5 приведено распределение объема заполненных ртутью пор. Характерно, что для этих групп материалов преобладающими являются переходные поры.

Таблица 4.5

Распределение объема заполненных ртутью пор

Материалы	Поры, %			
	кнудсеновские	переходные	пуазейлевские	макропоры
Тип I	2,04	42,86	10,2	44,90
Тип II	43,62	40,58	24,64	31,16

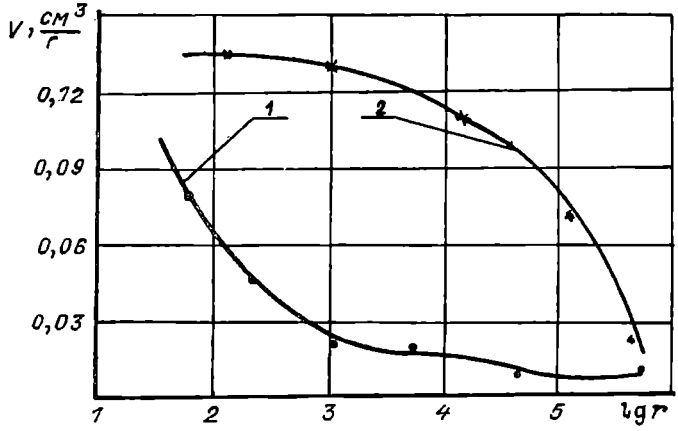


Рис. 4.5. Интегральные структурные кривые распределения объема пор по размерам их эквивалентных радиусов: *1*—УУКМ тип I; *2*—УУКМ тип II

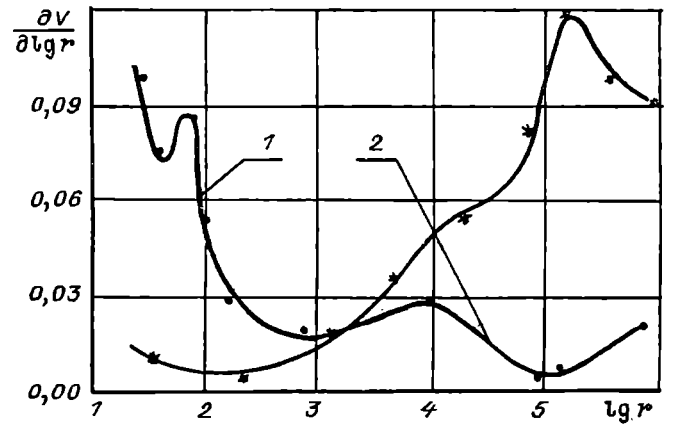


Рис. 4.6. Дифференциальные структурные кривые распределения объема пор по размерам их эквивалентных радиусов: *1*—УУКМ тип I; *2*— УУКМ тип II

На рис. 4.5, 4.6 представлены интегральные и дифференциальные структурные кривые распределения объема пор по размерам их эквивалентных радиусов. Характер интегральной и дифференциальной кривых указывает на наличие в этих материалах группы пор с узким интервалом эквивалентных радиусов, на долю которых приходится большая часть объема пор данного интервала.

Анализ данных табл. 4.5 и структурных кривых показывает, что преобладающими в материале типа I являются переходные и макропоры, а в материале типа II—кнудсеновские и переходные. Фольмеровские поры в обоих материалах не обнаружены.

Точно удельный объем фольмеровских пор и их распределение РП-методом определить нельзя, так как применение при этом давлений до 1000 атм, когда формально могут заполняться ртутью поры с размером радиуса до 7–8 Å, а также использование в расчетах табличных значений краевого угла смачивания и поверхностного натяжения физически не обосновано.

Кнудсеновские и переходные поры в зависимости от объема этих пор в УУКМ будут характеризоваться определенной сорбционной активностью. Их объем должен учитываться при проведении процессов, связанных со снижением пористости и газопроницаемости.

В кнудсеновских порах выполняется условие $\lambda/2r > 1$—когда течение газа будет молекулярным, т.е. число соударений молекул газа со стенками пор преобладает над таковыми между молекулами (закон Кнудсена).

Значительная часть спектра пор УУКМ приходится на переходные поры, для которых выполняется условие $0{,}01 < \lambda/2r < 1$, когда перенос газа будет осуществляться по промежуточному режиму течения. Переходные поры во всем диапазоне

Рис. 4.7. Фрагмент микроструктуры УУКМ (переходные поры), ×39

размеров радиусов четко регистрируются при помощи электронного микроскопа, а часть их (с $r > 7000$ Å) видима в обычный оптический микроскоп с отраженным светом и фиксируется на фотографиях микроструктуры (рис. 4.7).

В порах с размерами радиусов более $(30 \div 35) \cdot 10^3$ Å течение газа определяется межмолекулярными силами, так как силы отталкивания диффундирующих молекул от стенок пор не играют существенной роли. В этом случае газ можно рассматривать как сплошную среду, а именно как вязкую жидкость, и его течение поэтому называют вязкостным. В связи с тем, что по порам такого размера осуществляется нормальная диффузия, определяемая градиентом концентраций, а наиболее известным уравнением, описывающим вязкостное течение, является уравнение Пуазейля, поры с такими радиусами названы пуазейлевскими. Пуазейлевские поры четко различимы в обычном микроскопе и на фотографиях микроструктуры даже при небольших увеличениях. Большая их часть видна невооруженным глазом.

Образование пуазейлевских пор обусловлено межфиламентной пористостью, порами между образованиями пироуглерода и развивающимися усадочными трещинами (рис. 4.8). Пуазейлевские поры ухудшают многие физико-механические показатели

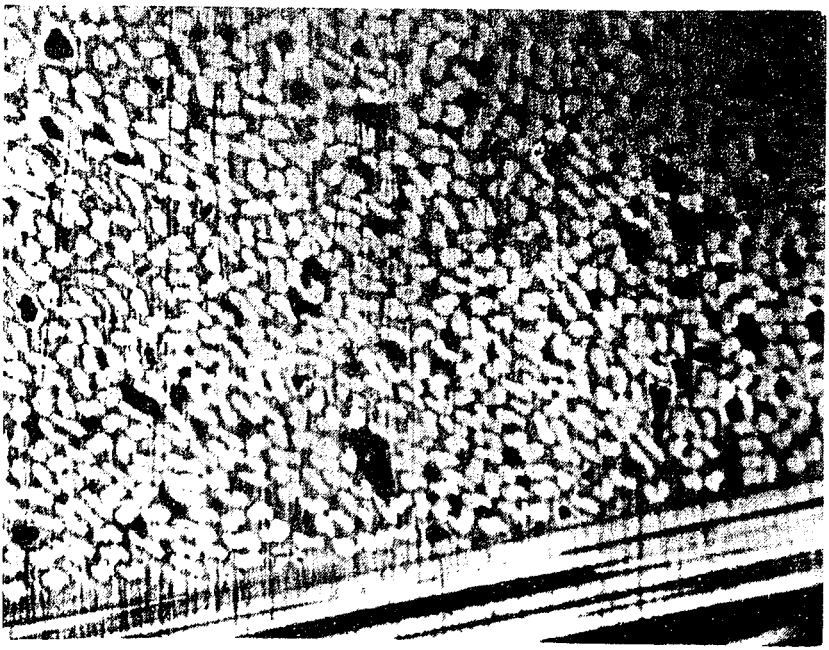


Рис. 4.8. Фрагмент микроструктуры УУКМ (пуазейлевские поры), ×615

УУКМ, а при проведении процессов, улучшающих свойства, плохо поддаются пропитке смолами и объемному уплотнению ПУ.

В общем объеме значительную долю (до 45 %) занимают макропоры. Формирование макропор в УУКМ объясняется прежде всего эффектом закупорки транспортных каналов в каркасе при неправильном его конструировании. Исследование макропо-

ристости УУКМ на примере материала тип I проводили методом секущих при помощи оптической микроскопии. Исследовали образцы высотой 20 мм и диаметром в плоскости оптических исследований 40 мм. Основные характеристики образцов приведены в табл. 4.6.

Таблица 4.6

Характеристика образцов из УУКМ типа I, полученная при помощи оптической порометрии

№ образца	Плотность, кг/м^3 Газопроницаемость, мм	Макропористость, %	
1	1750	$9{,}43\cdot10^{-11}$	17
2	1690	$4{,}45\cdot10^{-11}$	20
3	1560	$1{,}6\cdot10^{-9}$	38

Анализ кривых распределения размеров макропор (рис. 4.9) показывает, что этот материал имеет широкий спектр макропор размером от 0,05 до 2,0 мм. Наибольшее удельное содержание

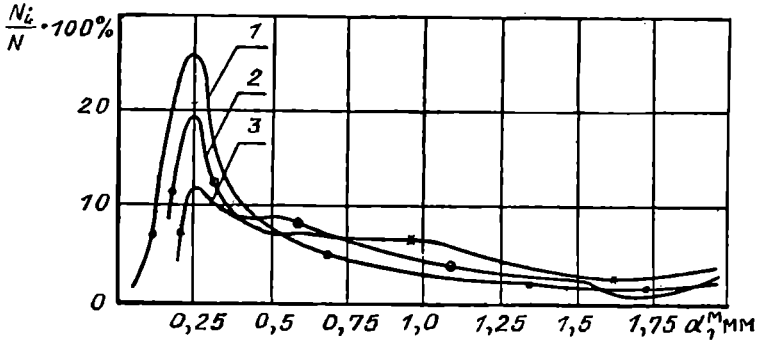


Рис. 4.9. Распределение макропор по размерам для УУКМ с разной плотностью: 1750 (*1*), 1690 (*2*) и 1560 кг/м^3 (*3*)

их приходится на макропоры размеров 0,2—0,3 мм (12, 18, 26 % для образцов с плотностью 1750, 1690, 1560 кг/м^3, соответственно).

Для материалов с высокой плотностью и низкой газопроницаемостью характерно наличие мелких макропор с размерами не более 0,5 мм. Для материала с меньшей плотностью преобладающими являются макропоры с размерами более 0,5 мм. Макропористость указанных образцов приведена в табл. 4.6. С точки зрения химической стойкости эти материалы без дополнительной улучшающей обработки не могут считаться оптимальными в

связи с тем, что имеют относительно большой объем доступных для окисления макропор, создающих достаточно большую развернутую реакционную поверхность.

Таким образом, пироуглеродная матрица способствует образованию закрытых пор в композиционном материале, что приводит к снижению прежде всего модулей сдвига (в 1,7—5,6 раза [65]). В табл. 4.7 приведены данные, показывающие влияние пористости на механические свойства УУКМ структуры 3*D*. Видно, что модуль упругости в направлении армирования композита E_{11} практически не зависит от его плотности. Прочность при сжатии $\sigma_{в}^{сж}$ и модуль сдвига G_{12} оказываются весьма чувствительными к изменению пористости материала, что определяется большой подвижностью армирующего каркаса в связи с наличием пор и слабой адгезией матрицы к армирующим волокнам.

Таблица 4.7

Влияние плотности УУКМ на относительные значения механических характеристик [63]

Характеристика материала	ρ, кг/м^3			
	1360	1400	1460	1520
E_{11}	1,00	1,01	1,11	1,13
$\sigma_{в}^{сж}$	1,00		1,23	1,71
G_{12}	1,00	1,23	1,43	2,02

Велико влияние плотности и на сопротивление эрозионному разрушению. На рис. 4.10 показано влияние плотности на

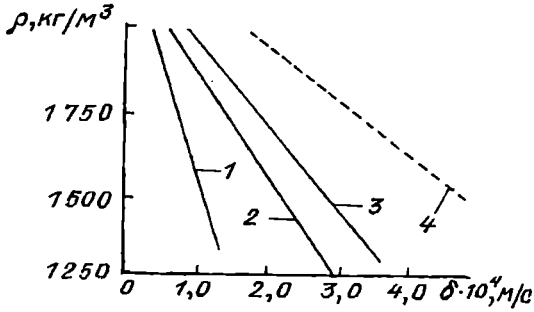


Рис. 4.10. Зависимость скорости эрозии от плотности для различных градиентов и углерод-углеродных изделий с различными связующими и температуры испытаний [100]: *1*—СТРВ, 3422 К; *2*—ANB 3066, 3477 К; *3*—CY 175, 3672 К; *4*—НТРВ, 3811 К

эрозионное сопротивление. Видно, что скорость эрозионного разрушения углерод-углеродных материалов обратно пропорциональна плотности.

4.3. Свойства углеродных композитов

Физико-механические характеристики углерод-углеродных материалов существенно зависят от схем армирования, типа армирующих волокон и взаимодействия волокон и матрицы. В табл. 4.8 приведены для сравнения свойства структурных элементов и усредненные характеристики УУКМ. Эта таблица показывает также, как влияет введение высокопрочных углеродных волокон в углеродную матрицу на прочность и жесткость в случае, когда достигнуто хорошее межфазное взаимодействие.

Таблица 4.8

Сравнение свойств углеродных волокон и УУКМ с обычным графитом [100]

Материал	$\sigma_в^р$, МПа	$E_р$, ГПа
Графит ATJ-S	35	12
Высокопрочные волокна	3000	230
Однонаправленный углерод-углеродный композит (структура 1*D*)	900	150
Ортогональноармированный композит (структура 2*D*), свойства вдоль волокон, укладка 1:1	400	70
Структура 3*D* (ортогональное армирование), свойства вдоль волокон, укладка 1:1:1	100	57

Особый интерес представляют однонаправленные УУКМ, исследование деформирования и разрушения которых позволяет понять особенности взаимодействия волокон и матрицы, а также апробировать модели и методы прогнозирования свойств углеродных материалов. При этом наилучшее соответствие теории и практики было получено на системах, не подвергнутых графитизации.

Приведем свойства однонаправленных углеродных композитов:

Прочность, МПа	
при растяжении вдоль волокон	900
при растяжении поперек волокон	15
при сжатии вдоль волокон	400
при сдвиге	20
Модуль упругости, ГПа	
при растяжении вдоль волокон	150
при растяжении поперек волокон	8
при сжатии вдоль волокон	25
Модуль сдвига, ГПа	10
Коэффициент Пуассона	0,33

От природы поверхности раздела в углерод-углеродных композитах зависит, получится ли композит хрупким, чувствительным к дефектам или вязким, стойким к термическим напряжениям. Хорошо известно, что для полимерных композитов роль поверхности раздела и возможность управления ее свойствами являются исключительно важными [14]. Это справедливо также для УУКМ. Высокая прочность композита основана на хорошей

связи поверхности раздела, способной передать нагрузку от волокон к матрице. Однако если используются высокопрочные волокна, то и они, и матрица очень хрупки. Вследствие этого высокая прочность поверхности раздела может быть нежелательной, особенно при динамических нагрузках. Исследования показали [100], что упругие свойства УУКМ незначительно отличаются от упругих свойств аналогичных углепластиков. Прочность же углерод-углеродных композитов более низкая в связи с малой прочностью на сдвиг углеродной матрицы.

В работе [94] показано, что в случае слишком высокой прочности поверхности раздела (1/5 до 1/3 от прочности межмолекулярной связи основного материала) композит, изготовленный из хрупких твердых тел, будет вести себя, как однородное хрупкое тело. Если межслойная прочность находится в правильно выбранном диапазоне, опасность возникновения трещин по поверхности раздела устраняется и обеспечивается вязкость и прочность материала.

Степень связи волокон с матрицей очень сильно зависит от состояния поверхности волокон, исходного материала матрицы и технологии. Многие типы волокон подвергают поверхностной обработке для обеспечения хорошей связи с применяемыми в конструкционных композитах смолами. Если такая связь достигнута, то при изготовлении углерод-углеродного композита можно получить хрупкое твердое тело, не имеющее поверхности раздела.

Влияние состояния поверхности волокон на механические свойства углерод-углеродных композитов продемонстрировано при исследовании различных специально обработанных промышленных волокон [55]. Эксперименты проводились на однонаправленных углерод-углеродных композитах. Приводим типы исследованных промышленных волокон на основе полиакрилонитрила [55]:

Высокомодульные с обработанной поверхностью	HMS
Высокомодульные с необработанной поверхностью	HMU
Высокопрочные с обработанной поверхностью	HTS
Высокопрочные с необработанной поверхностью	HTU
Низкомодульные с обработанной поверхностью	AS
Низкомодульные с необработанной поверхностью	AU

Образцы изготовлены прессованием прядей из 10^4 волокон, предварительно пропитанных фенольной смолой. Заготовки перерабатывались в углерод-углеродные композиты термообработкой в инертной атмосфере после насыщения пиролитическим углеродом путем химического осаждения.

В табл. 4.9 приведены механические свойства однонаправленных углепластиков, изготовленных из перечисленных выше волокон. В большинстве случаев волокна с обработанной поверхностью придавали композиту несколько более высокую прочность в осевом и поперечном направлениях, а также значительно увеличивали работу разрушения и прочность межслойного сдвига.

Волокна AU, которые были изготовлены при самой низкой температуре, обладают высокой прочностью сцепления с матрицей и без поверхностной обработки, поскольку низкая температура переработки сохраняет высокую поверхностную активность волокон.

Таблица 4.9

Механические характеристики при изгибе однонаправленных углепластиков на основе фенольной матрицы и выпускаемых в промышленности волокон [55]

Характеристика	Тип волокна					
	AU	AS	HTU	HTS	HMU	HMS
Образец вырезан в направлении волокон						
Прочность, МПа	1825	1825	1620	1900	1140	1275
Модуль упругости, ГПа	110	115	140	140	210	235
Деформация при разрушении, %	1,7	1,7	1,3	1,1	0,6	0,5
Образец вырезан в трансверсальном направлении						
Прочность, МПа	35	36	26	40	20	22
Модуль упругости, ГПа	4,8	5,5	3,5	4,8	2,8	4,0
Деформация при разрушении, %	0,6	0,6	0,7	0,9	0,7	0,6
Плотность, г/см^3	1,58	1,55	1,54	1,55	1,63	1,64
Прочность при межслойном сдвиге, МПа	65	80	30	95	20	55
Работа разрушения, кДж/м^2	95	100	85	90	50	45

В табл. 4.10 приведены свойства однонаправленных углепластиков (см. табл. 4.9) после переработки в композиты класса углерод-углерод указанным выше способом. Различие в свойствах композитов с обработанными и необработанными волокнами очень резкое. Превращение фенольной матрицы в углерод уменьшило способность поверхности раздела к торможению трещин и существенно уменьшило прочность и трещиностойкость. Подобную тенденцию можно ожидать и у многонаправленных углерод-углеродных композитов.

Таблица 4.10

Механические характеристики при изгибе однонаправленных углерод-углеродных композитов [55]

Характеристика	Тип волокна					
	AU	AS	HTU	HTS	HMU	HMS
Образец вырезан в направлении волокон						
Прочность, МПа	470	190	1350	138	1240	240
Модуль упругости, ГПа	114	121	142	121	183	175
Деформация при разруении, %	0,46	0,13	1,17	0,12	0,15	0,15
Образец вырезан в трансверсальном направлении						
Прочность, МПа	25	30	16	25	14	21

Характеристика	Тип волокна					
	AU	AS	HTU	HTS	HMU	HMS
Модуль упругости, ГПа	8	9	6	8	6	9
Деформация при разрушении, %	0,25	0,27	0,28	0,29	0,33	0,37
Плотность, г/см^3	1,50	1,45	1,48	1,45	1,58	1,58
Прочность при межслойном сдвиге, МПа	25	24	20	25	16	27
Работа разрушения, кДж/м^2	9	1	75	1	40	1

Пек, будучи термопластичным, остается жидким и не образует связей с поверхностью волокон до образования кокса. В этом случае можно ожидать, что взаимодействие с активной поверхностью углеродных волокон будет иное, чем у термореактивных смол. Некоторые данные приведены в работе [100], где сопоставлены два исходных материала для однонаправленных углерод-углеродных композитов—фенольной смолы и нефтяного пека. В этом эксперименте арматурой служили волокна из полиакрилонитрила, обработанные при низкой температуре (1000 °С). Низкая температура обработки сохраняет активную поверхность волокон, что дает хорошую возможность для сопоставления прочности связи с двумя различными матрицами. Композит с фенольной смолой, обработанный при температуре 14 000 °С, показал прочность при растяжении 1,5 ГПа. При дальнейшей термообработке до 2500 °С прочность уменьшилась до 615 МПа и тенденция к торможению трещин у поверхности раздела стала слабо выраженной. У композита из нефтяного пека после термообработки при температуре 2500 °С была получена прочность при растяжении 970 МПа и по поверхности раздела наблюдались отслоения.

Как видно, существует очень сложная взаимосвязь между свойствами поверхности волокон, матрицы и температурной обработкой углерод-углеродных композитов. Высокоактивные поверхности волокон, образующиеся при низкой температуре изготовления или в результате специальной обработки, могут оказаться нежелательными.

В работе [100] проведено исследование механических свойств однонаправленных УУКМ на разных стадиях процесса получения материала. В табл. 4.11 приведены результаты экспериментов для композитов, армированных волокнами «Торнел-75» (материал А) и «Торнел-400» (материал В). В качестве материала для исходной матрицы использовалась фенолформальдегидная смола. Анализ полученных результатов показывает, что наблюдается уменьшение прочности и модулей упругости в продольном направлении при карбонизации композитных материалов, армированных волокнами «Торнел-400». Обнаружено, что при разрушении обычно имеет место вытягивание волокон. При

Таблица 4.11

Усредненные механические характеристики углеродных композитов на разных стадиях процесса обработки [100]

Стадии процесса	Продольное растяжение			Поперечное растяжение			Изгиб		Общая плотность, кг/м^3
	Прочность, МПа	Модуль упругости, ГПа	Деформация разрушения, %	Прочность, МПа	Модуль упругости, ГПа	Деформация разрушения, %	Прочность, МПа	Модуль упругости, ГПа	
Материал *A*:									
1-я карбонизация	480,2	3,19	0,12	1,24	—	—	184,0	2,38	1260
3-я стадия уплотнения	494,7	3,63	0,13	5,65	—	—	618,7	3,17	1520
1-я графитизация	633,9	2,44	0,17	4,34	—	—	604,2	3,31	1650
2-я графитизация	695,9	2,54	0,19	4,0	0,04	0,1	563,0	3,32	1740
3-я графитизация	816,4	2,63	0,18	4,68	0,03	0,19	594,6	3,38	1740
Материал *B*:									
1-я карбонизация	87,5	1,45	0,08	2,69	0,028	0,05	155,0	1,38	1490
3-я стадия уплотнения	76,5	1,41	0,05	3,44	—	—	150,2	1,30	1520
6-я стадия уплотнения	29,0	1,14	0,05	6,0	0,09	0,07	108,8	1,27	1510
9-я стадия уплотнения	57,2,	1,00	0,05,	5,72	0,14	0,05	80,6	1,20	1520

поперечном растяжении общей тенденцией было некоторое увеличение поперечной плотности в ходе уплотнения. В целом образцы при поперечном растяжении разрушались хрупко, особенно на ранних стадиях уплотнения.

Для изготовления осесимметричных тонкостенных элементов конструкций чаще всего используют УУКМ со структурой 2*D*. В этом случае заготовка изделия представляет собой пакет из слоев углеродной ткани, соединенных между собой полимерным связующим. После процесса термообработки и различных уплотнений получается готовая углерод-углеродная конструкция. В табл. 4.12 приведены данные по тканым углерод-углеродным материалам, применяемым в космических конструкциях [100]. Композиты получены путем химического осаждения из газовой фазы с последующей графитизацией до температуры 2750 °С (материал *K*) и 2500 °С (материал *L*). При этом в материале *K* ткань изготовлена из углеродных волокон, полученных из ПАН-волокон, а в материале *L*—из волокон, полученных на основе углеродных пеков. Зависимость свойств углеродных композитов от исходной
матрицы приведена в табл. 4.13 для температуры измерения 24 и 483 °С.

Таблица 4.12

Свойства в направлении армирования углерод-углеродных материалов *K* и *L* (структура 2*D*)

Характернстика	Материал *K*	Материал *L*
Плотность, кг/м^3	1950	1400
Прочность, МПа		
при растяжении	172	89
при изгибе	94	100
на сжатие	107	50
при сдвиге	8,4	11,8
Модуль упругости при растяженин, ГПа	156	27
Предельная деформация, %	0,05	0,28

Таблица 4.13

Свойства УУКМ на основе углеродиой ткани [44] при различной температуре измерения

Исходная матрица	Прочность прн изгибе, МПа		Модуль упругости при изгибе, ГПа	
	24 °С	483 °С	24 °С	483 °С
Фенолформальдегидная	132	93	14,7	10,3
Эпоксифенольная	113	93	14,0	13,3
Кремнийорганическая	128	77	12,8	8,5
Полибензимидазольная	32	56	14,7	19,2

Наряду с ткаными УУКМ широко применяют в элементах конструкций, работающих при повышенной температуре, углеродные композиты, армированные волокнами в трех ортогональных

направлениях. И хотя данная структура не повышает существенно сдвиговую прочность, но позволяет создавать более предпочтительные с точки зрения эрозии профили по сравнению с используемыми 2*D* структурами. Создание композитов с 3*D* структурой осуществляется либо на основе каркасов с трехмерным ортогональным армированием, либо с использованием тканей (структура 2*D*) в плоскости *XY*, с последующим армированием в направлении *Z*. В табл. 4.14 приведены характеристики тканей, используемых для изготовления УУКМ с 3*D* структурой. В табл. 4.15 приведены данные по армирующим каркасам из проколотых структур, изготовленных из тканей, перечисленных в табл. 4.14. Армирующие элементы в направлении *Z* состояли каждый из десяти высокомодульных графитовых нитей при шаге между центрами нитей $2{,}54 \cdot 10^{-3}$ м.

Таблица 4.14

Сопоставление характеристик тканей, армирующих плоскость *XY* [55]

Характеристика	Тип волокон, переплетение		
	Торнел-50, 8-ремизное сатиновое	WCA, полотняное	GSGC-2, полотняное
Плотность ткани, число нитей на 10 см:			
по основе	118	106	102
по утку	134	83	94
Прочность разрывная, МПа:			
по основе,	1,4	0,6	0,7
по утку	1,4	0,3	0,6
Масса, г/м^2	190	254	254
Число волокон нити	1440	1440	1440
Диаметр волокон, мм	6,6	9,1	9,4
Плотность волокон, кг/см^3	1600	1400	1500
Прочность волокон на растяжение, МПа	14,5	4,8	4,8
Модуль упругости волокон, ГПа	379	41	41

Таблица 4.15

Характеристики заготовки из проколотой ткани в различных направлеииях [55]

Варианты укладки	Плотность заготовки, кг/м^3	Объемная доля волокон, %	
		X, *Y*	Z
GSGC-2	850	47,2	9,3
Торнел-50, 8-ремизный сатин	920	50,8	8,9
WCA, последовательно повернута на 45°	830	48,6	9,3

В табл. 4.16 сопоставлены свойства 3*D* ортогонального тканого блока и блока из проколотой ткани. Обе заготовки были изготовлены из высокомодульной графитовой нити одной и той же марки. Обнаруживается заметное различие структур по объемному содержанию и распределению волокон. Блок из проколотой ткани имеет более высокое общее объемное содержание волокон и плотность.

Таблица 4.16

Сопоставление характеристик ортогональной и проколотой заготовок

Тип заготовки	Плотность заготовки, кг/м^3	Объемная доля волокон, %	
		X, *Y*	Z
Проколотая ткань	900	50	9
Тонкое трехнаправленное ортогональное переплетение	800	32	13

Механические свойства УУКМ, изготовленных из перечисленных выше заготовок, представлены в табл. 4.17.

Таблица 4.17

Характеристики в плоскости *XY* композитов, армированных проколотой тканью и 3*D* ортогональным каркасом при растяжении и при сжатии (в скобках) [55]

Армирующая ткань	Прочность, МПа	Модуль упругости, ГПа	Деформация при разрушении, %
Проколотая ткань:			
WCA	35,1 (56,5)	6,9 (7,5)	0,8 (1,2)
WCA*	32,4 (48,2)	11,0 (17,9)	0,8 (0,5)
GSGC-2	35,1 (58,6)	11,0 (19,2)	0,6 (0,6)
Торнел-50**	104,7 (90,9)	57,9 (70,3)	0,2 (0,2)
Ортогональное тонкое плетение	99,2 (68,9)	55,8 (42,7)	0,2 (0,2)

*Слои ткани последовательно повернуты на 45°.
**Высокопрочная 8-ремизная ткань.

Значения характеристик УУКМ, с армированием по трем ортогональным направлениям для различных способов получения композита приведены в табл. 4.18. Армирующий каркас материала I получен из проколотой низкомодульной графитовой ткани WCA в плоскости *X*, *Y* и высокомодульных нитей Торнел-50 в направлении *Z*. Каркас пропитывался и уплотнялся фенольной смолой под высоким давлением с последующей карбонизацией и графитацией. Материал II получен комбинированным способом: химическим осаждением углерода и пропиткой смолой. Каркас получен из углеволокон на основе полиакрилнитрила. Шаг между центрами пучков волокон составлял $2{,}0 \cdot 10^{-3}$ м во всех трех направлениях.

Для материала III бралась заготовка для каркаса плотностью 750 кг/м^3 с ортогональной структурой 2:2:6; в направлениях *X* и

Y проходят по две нити на элементарный объем и шесть нитей в направлении Z. Слои X и Y уложены с шагом $0{,}69 \cdot 10^{-3}$ м, пучки нитей в направлении Z—с шагом $1{,}0 \cdot 10^{-3}$ м; нить—Торнел-50. Технология уплотнения: уплотнение—пропитка—карбонизация (PIC)—графитизация; пропитывающее вещество—каменноугольный пек. Режим PIC: давление 103,4 МПа; температура 650 °С; четыре цикла. Графитизация при 2750 °С после каждого цикла PCI.

Таблица 4.18

Сравнительные характеристики 3D углеродных композитов [55]

Температура испытания, °С	Свойства материалов I, II и III, измеренные в направлениях X, Y, Z					
	M_{IZ}	M_{IXY}	M_{IIZ}	M_{IIXY}	M_{IIIZ}	M_{IIIXY}
Прочность при растяжении, МПа						
24	103,4	34,5	110	70	310	103
1427	—	—			400	124
2485	68,9	64,6	—	—	—	—
Модель упругости при растяжении, ГПа						
24	41,3	11,0	120	70	152	62
1427	—		—	—	159	83
2485	10,3	6,2	—			—
Предельная деформация при ратяжении, %						
24	0,3	0,6	—		—	—
2485	2—7	2—4		—		—
Прочность при сжатии, МПа						
24	82,7	62,0	100	100	159	117
1427	—	—	—		196	166
2485	158,5	109,6	—		—	—
Модуль упругости при сжатии, ГПа						
24	22,7	11,0	70		131	69
1427	—			—	110	62
2485	12,4	6,2		—	—	—
Плотность, кг/м^3						
24	1650	—	1800—1900	—	—	—

Анализ кривых деформирования (при растяжении и сжатии) в направлении армирования показывает, что зависимость $\sigma-\varepsilon$ носит практически линейный характер при комнатной температуре. На рис. 4.11 приведены диаграммы для УУКМ. Эффект псевдопластичности (см. рис. 4.11, кривая *3*) связан с началом разрушения. При нагружении композита под углом к направлениям армирования углеродный материал деформируется нелинейно. На рис. 4.12 приведены кривые деформирования 3D

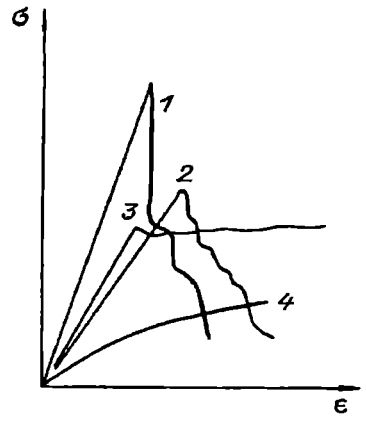


Рис. 4.11. Кривые деформирования углеродных композитов с различной структурой [55]: *1*—1*D*; *2*—2*D*; *3*—3*D*; *4*—3*D* (при 3300 К)

углеродных композитов, полученных газофазным методом и состоящих из прямолинейных волокон равновесной структуры при растяжении под углом 45° к главным осям упругости. Диаграммы деформирования трехмерно армированного композита, полученного путем прошивки в направлении оси Z каркаса, у которого в плоскости XY угол укладки волокон изменяется по оси Y от 80 до 105°, изображены на рис. 4.13. Аналогичное поведение углеродных материалов наблюдается и в случае структуры 4*D* [29, 95]. На рис. 4.14 приведены зависимости «напряжение-деформация» при нагружении материала по разным направлениям и для различных видов напряженно-деформированного состояния.

Поскольку УУКМ работают при повышенных температурах, важно изучать теплофизические свойства композитов. Кроме

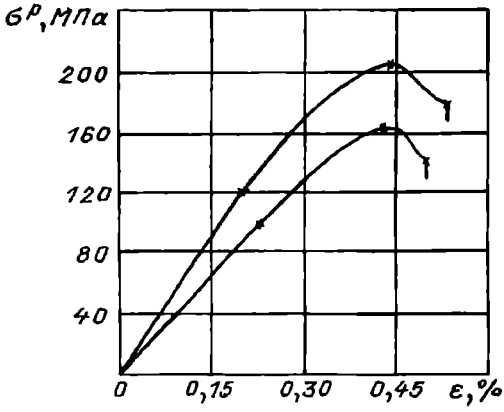


Рис. 4.12. Зависимости напряжение—деформация ($\sigma-\varepsilon$) УУКМ со структурой 3*D* для двух образцов из одной партии

того, данные характеристики важны для отработки оптимального процесса изготовления углерод-углеродных материалов. В табл. 4.19 приведены теплофизические характеристики углеродных композитов различной структуры.

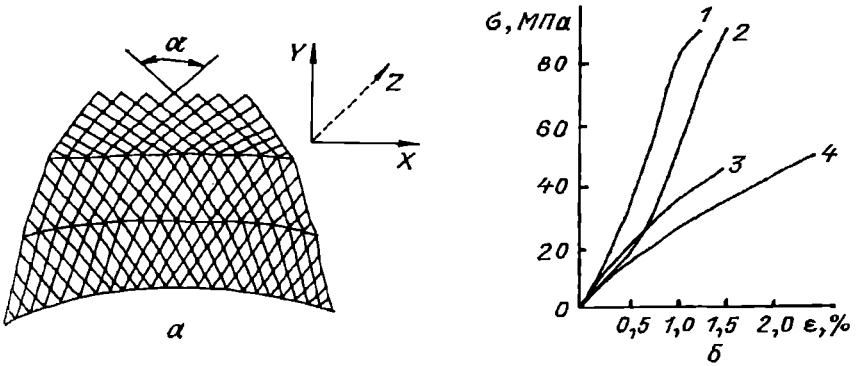
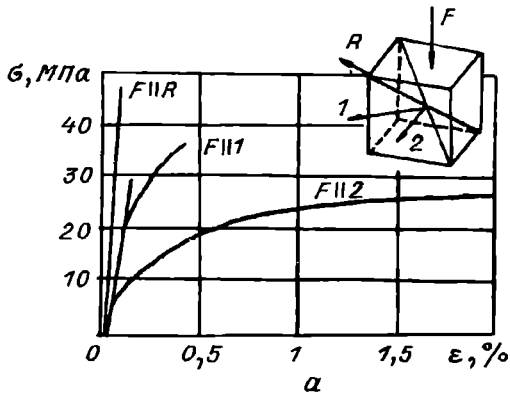


Рис. 4.13. Схема укладки волокон (*а*) и кривые деформирования (*б*) в направлении осей *X* (*1*, *3*) и *Y* (*2*, *4*) на сжатие (*1*, *2*) и на растяжение (*3*, *4*)



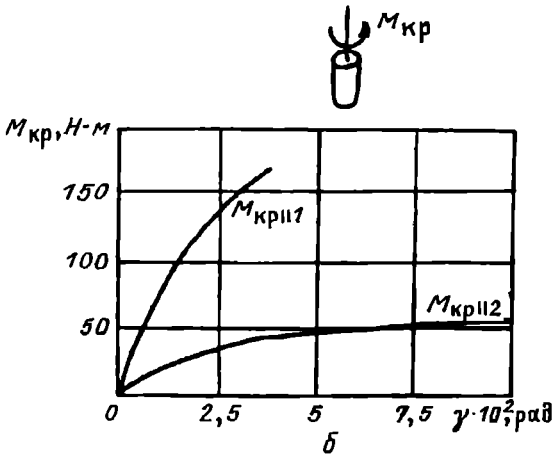


Рис. 4.14. Кривые деформирования образцов при сжатии (*а*) и при кручении (*б*)

Таблица 4.19

Теплофизические характеристики углерод-углеродных материалов

Температура, °С	M_A^*	M_{1Z}	M_{1XY}	M_{IIZ}	M_{IIXY}	M_{IIIZ}	M_{IIIXY}
Коэффициент термического расширения, 10^{-6}/град							
538	10,0	0,2	1,0	4,0	4,0	0,0	0,0
1427	—	—	—	—	—	3,0	4,0
2485	—	4,7	9,4	—		8,0	11,0
Теплопроводность, Вт/м·град							
538	—	55,4	83,0	—	120	246	149
1427	—	—		—	—	60	44
2485	24,2	27,7		—			

* Однонаправленный композит, поперечное расширение.

В заключение данного подраздела отметим, что углерод-углеродные композиты обладают существенной анизотропией свойств [5, 65]. Повышение изотропности материала осуществляют путем увеличения числа направлений армирования. При этом упругие

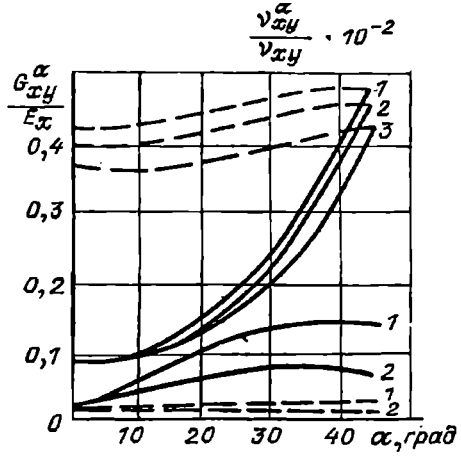


Рис. 4.15. Диаграмма анизотропии модуля сдвига и коэффициента Пуассона материалов структуры 5*D* (штриховые линии) и 3*D* для значений γ 0,05 (*1*); 0,10 (*2*); 0,20 (*3*)

характеристики УУКМ в направлениях армирования уменьшаются (из-за снижения коэффициента армирования), а сдвиговые — возрастают (низкая сдвиговая прочность композитов 3*D* структуры является их главным недостатком). На рис. 4.15 приведены результаты экспериментов на сдвиг образцов, вырезанных под разными углами из композитной пластины, полученных газофазным способом [20].

4.4. Свойства УУКМ при высокой температуре

Основной функциональной задачей углерод-углеродных материалов является сохранение их работоспособности при высоких и сверхвысоких температурах (до 3000 °С), при которых традиционные конструкционные стали и сплавы полностью теряют прочность. В связи с этим несомненный интерес вызывает исследование зависимости физико-механических свойств УУКМ от температуры.

Жаропрочные свойства углеродных композитов определяются поведением углеволокна и углеродной матрицы при высоких температурах. На рис. 4.16 приведены результаты экспериментов

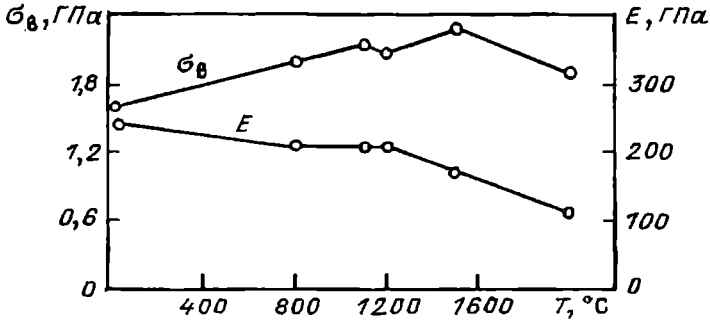


Рис. 4.16. Зависимость модуля упругости E и прочности $\sigma_в$ угольных волокон от температуры

на растяжение угольных волокон на основе ПАН-волокна в интервале температур от 20 до 2000 °С [56]. Для угольного волокна наблюдался хрупкий характер разрушения до 1500 °С, причем диаграммы деформирования носили линейно-упругий характер. Заметная пластичность появлялась только при температуре испытания 2000 °С. После разрыва образцы волокна, как правило, рассыпались независимо от температуры испытания. Из анализа полученных результатов следует, что максимум прочности волокна наблюдается в районе температуры 1500 °С. Увеличение прочности составило примерно 40 %. Далее прочность начинает падать и при 2000 °С становится равной прочности волокна при 800 °С, что выше средней прочности его при комнатной температуре примерно в 1,3 раза. Модуль упругости незначительно уменьшается с ростом температуры испытаний до 1500 °С. При дальнейшем повышении температуры до 2000 °С наблюдается значительное снижение среднего значения модуля упругости, почти в 1,5 раза, что связано с дополнительной карбонизацией волокна.

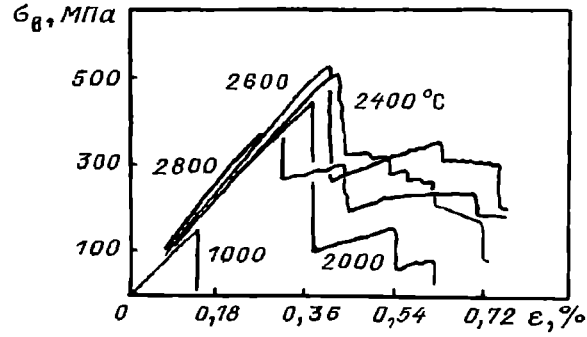


Рис. 4.17. Кривые деформирования образцов при различной температуре

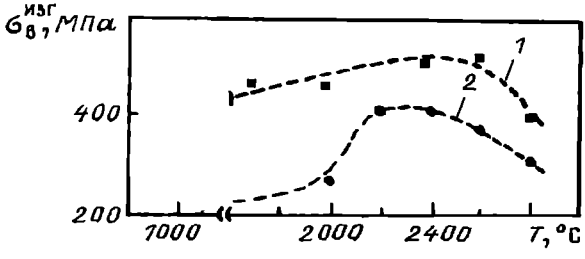


Рис. 4.18. Изгибная прочность образцов при различной температуре испытания

Подобный характер деформирования и разрушения наблюдается для однонаправленно армированных УУКМ [97]. На рис. 4.17 приведены кривые деформирования композитов с высокомодульными волокнами при растяжении вдоль армирования. Видно, что при повышенных температурах (> 2000 °С) наблюдается заметная пластичность материала. Зависимости прочности при четырехточечном изгибе УУКМ, армированных высокомодульными (кривая *1*) и высокопрочными (кривая *2*) волокнами, от температуры испытания приведены на рис. 4.18. В качестве высокомодульных волокон использовались углеволокна Торейка М-40, а высокопрочных—Торейка Т-3000. Углеродная матрица получена на основе фуранового связующего; $\rho = 1700$ кг/м^3 Видно, что до температуры 2200—2400 °С прочность возрастает в 3—4 раза по сравнению с $\sigma_в^{изг}$ при температуре 1000 °С. Далее при повышении температуры прочность начинает резко падать.

Изменение физико-механических свойств УУКМ с ростом температуры связано с изменением структуры компонентов материала. С этой целью исследовались зависимости параметров, характеризующих структуру углеродного композита, от температуры нагрева ортогонально армированных 3*D* композитов (см.

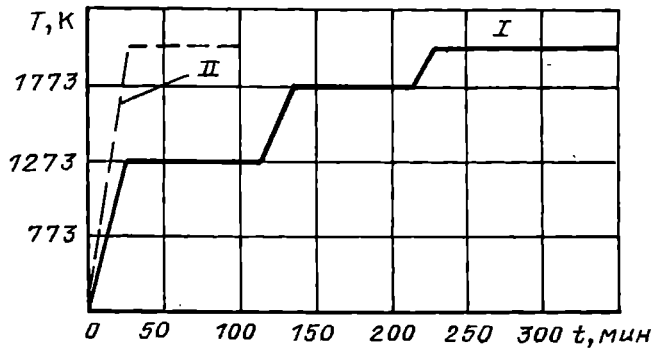


Рис. 4.19. Схема нагрева образцов в высокотемпературной установке УВД-2000: *I*—первая схема нагрева; *II*—вторая схема нагрева

рис. 2.5) с укладкой 1:1:1. Нагрев образцов от 298 до 2073 К проводили радиационным методом в вакууме при остаточном давлении $7 \cdot 10^{-3}$ Па. Исследуемые образцы имели форму пластин размером 20×15×2 мм. В процессе нагрева образцов проведена запись интенсивностей рентгеновских линий в интервале углов 2Θ 10–100°; съемка методом отражения с использованием CuK-излучения. По данным записи интенсивностей расситывали кристаллографические параметры УУКМ по методикам, описанным в работе [86]: d_{002}—межплоскостное расстояние по линии (002); L_c—области когерентного рассеивания или размеры кристаллов; β_{002}—угловая полуширина линии (002); I_{002}—максимум интенсивности линии (002).

Нагрев образцов в высокотемпературной приставке от 298 до 2073 К проводили с разной скоростью. Схемы нагрева приведены на рис. 4.19. Горизонтальные участки соответствуют выдержке при постоянной температуре во время записи интенсивностей рентгеновских отражений. Охлаждение образцов от 2073 до 298 К осуществляли в рентгеновской камере-приставке в течение 50-60 минут.

На рис. 4.20 и рис. 4.21 представлены зависимости параметра УУКМ и их составляющих от температуры нагрева. Из приведенных зависимостей видно, что параметр d_{002} увеличивается линейно с повышением температуры от 298 до 2073 К и возвращается к исходному значению при охлаждении от 2073 до 298 К. Указанные закономерности выполняются как для исследованных УУКМ, так и для их составляющих независимо от схемы нагрева.

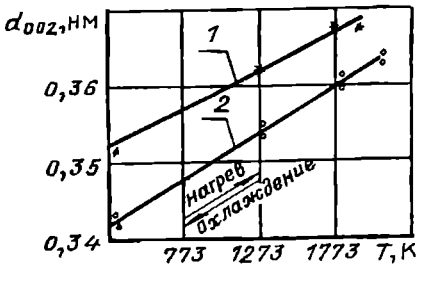


Рис. 4.20. Зависимость межплоскостного расстояния в УУКМ от температуры нагрева: *1*—нить УКН-5000 (схема I нагрева); *2*—УУКМ из нити УКН-5000 (∘—схема I нагрева, *—схема II нагрева)

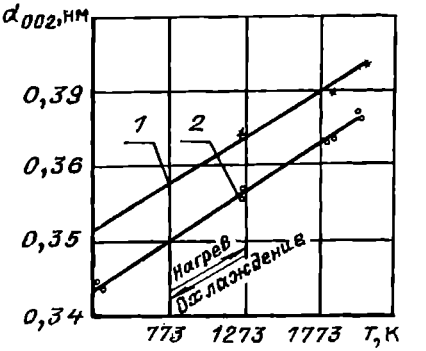


Рис. 4.21. Зависимость межплоскостного расстояния в УУКМ от температуры нагрева: *1*—нить Урал-Н (схема I нагрева); *2*—УУКМ из нити Урал-Н (∘— схема I нагрева, *—схема II нагрева)

В табл. 4.20 приведены значения параметров d_{002} двух типов УУКМ (относительное объемное содержание волокна в них 0,17—0,60) и их наполнителей—углеродных волокон и ПУ матрицы при 298 и 2073 К. Анализ данных таблицы показывает, что независимо от температуры параметр d_{002} УУКМ равен параметру d_{002} пироуглерода его матрицы.

Таблица 4.20

Межплоскостное расстояние d_{200} в УУКМ на основе волокна Урал-Н [20] и УКН-5000 [59] (и их составляющих) при различной температуре

Материал	d_{200}	
	298 К	2073 К
УУКМ с волокном Урал-Н	0,346	0,361
Волокно Урал-Н	0,353	0,370
Пироуглерод матрицы	0,346	0,361
УУКМ с волокном УКН-5000	0,344	0,363
Волокно УКН-5000	0,353	0,368
Пироуглерод матрицы	0,344	0,363

В табл. 4.21 приведены результаты определения относительных кристаллографических параметров I_{002}, β_{002} и L_c при 298 К и при нагреве до 2073 К с последующим охлпждением для УУКМ.

Схемы нагрева до 2073 К I и II соответствуют рис. 4.19; время нагрева в схеме I—235 мин, а в схеме II—25 мин. Параметр I_{002} пироуглеродной матрицы принят за 100 единиц.

Таблица 4.21

Кристаллографические параметры УУКМ и его составляющих [20]

Материал	Схема нагрева	I_{002}		β_{002}, 10^{-2} рад		L_c, нм	
		298	2073	298	2073	298	2073
УУКМ	I	26	59	2,3	1,2	6,2	11,9
	II	24	55	2,6	1,4	5,5	10,6
Волокно УКН-5000	I	5	7	10	7,8	1,4	1,8
Пироуглерод матрицы	I	43	100	2,6	1,1	5,5	12,6

Из анализа табл. 4.21 видно, что как при схемах нагрева как I, так и II максимум значений I_{002} увеличивается, а β_{002} уменьшается. Кристаллографические параметры β_{002}, L_c для УУКМ и ПУ матриц—одного порядка.

В процессе нагрева до 2073 К начинается некоторое упорядочение пироуглерода матрицы в УУКМ, что приводит к увеличению области когерентного рассеивания L_c (или размеров кристаллитов). Следует отметить также, что максимумы интенсивностей для ПУ матрицы несколько выше по отношению к УУКМ при 298 К и 2073 К. Это связано с тем, что в УУКМ пироуглерода меньше 100 % за счет содержания волокон. По параметрам d_{002}, β_{002}, L_c УУКМ характеризуется такими же значениями кристаллографических параметров, как и ПУ матрицы независимо от температуры нагрева. Изложенное имеет принципиальное практическое значение, так как, делая запись интенсивностей рентгеновских линий УУКМ после насыщения, можно получить сведения о ПУ, определяя его кристаллографические параметры.

Зависимости прочности при растяжении в направлении Z (кривые *1*) и X (кривые *2*) УУКМ структуры $3D$ с каркасом из прямых волокон 2:2:3 от температуры приведены на рис. 4.22

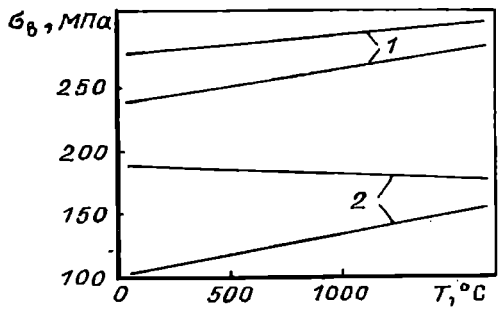


Рис. 4.22. Температурная зависимость прочности при растяжении

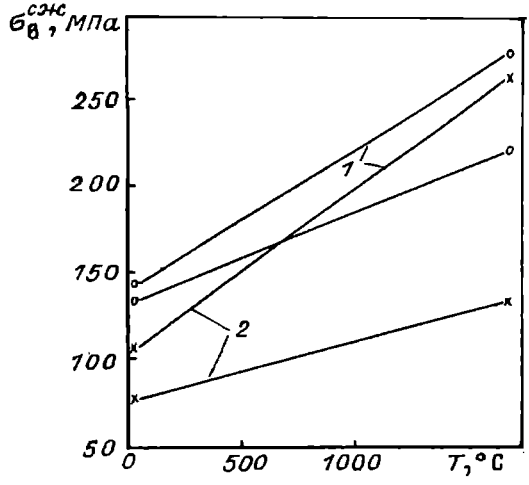


Рис. 4.23. Зависимость прочности при сжатии от температуры испытаний

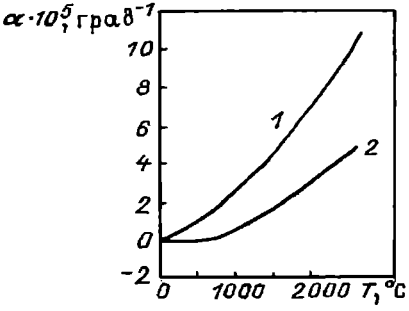


Рис. 4.24. Влияние температуры на термическое расширение УУКМ

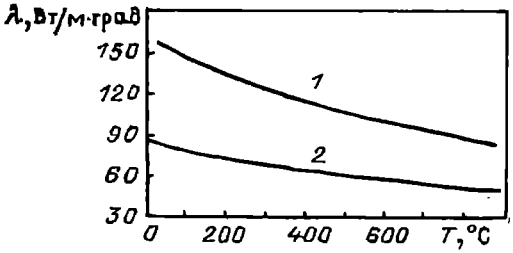


Рис. 4.25. Зависимость теплопроводности углерод-углеродного материала от температуры

[100]. Длина ребра ячейки каркаса в направлении Z составляет $7{,}5 \cdot 10^{-4}$ м. Матрица—пироуглеродная. Аналогичные кривые приведены на рис. 4.23 в случае сжатия материала.

Как показали исследования, коэффициент линейного расширения α возрастает, а теплопроводность падает с увеличением температуры [55, 100]. На рис. 4.24 и 4.25 приведены данные о влиянии температуры на теплофизические свойства УУКМ из проколотой ткани в направлениях X и Y [55]. При

этом кривые *1* получены для материалов с низкомодульными волокнами, а кривые *2*—с высокомодульными. Увеличение α при повышении температуры связано, по-видимому, с возрастанием подвижности волокон (каркаса).

4.5. Разрушение углерод-углеродных материалов

Разрушение УУКМ является многостадийным процессом, протекающим на разных структурных уровнях и зависящим от многих факторов: технологии изготовления, структуры композита, характера действующих нагрузок и т.д. В табл. 4.22 приведены результаты экспериментов по изгибу образцов из углеродных композитов при различной последующей технологии обработки. Видно, что растрескивание матрицы происходит при деформациях $\varepsilon > 0{,}2$ %. Однако предельная продольная деформация при изгибе составляет 1,56 % для высокопрочных волокон и 1 % для высокомодульных волокон. Кроме того, углеродным композитам присущ более существенный разброс физико-механических характеристик по сравнению с углепластиками, что объясняется сложностью строения матрицы и наличием большого числа разнообразных дефектов.

Таблица 4.22.

Деформации ε, при которых методом акустической эмиссии наблюдается интенсивное растрескивание углеродной матрицы и предельные деформации при изгибе, поперечные $\varepsilon_{\perp}^{изг}$ и продольные $\varepsilon_{\parallel}^{изг}$ [100]

Волокна, технология	ε, %	$\varepsilon_{\perp}^{изг}$, %	$\varepsilon_{\parallel}^{изг}$, %
Высокопрочные	0,60	0,80	1,56
карбонизация	0,20	—	0,28
карбонизация и газофазная технология	0,20	0,60	1,00
Высокомодульные	0,42	0,60	1,00
карбонизация и пропитка	0,25		0,28
карбонизация с уплотнением	0,46	0,55	0,78

Разрушение для графитированных УУКМ с высокой плотностью ($\rho \approx 2000$ кг/м^3) при обычных температурах носит явно выраженный хрупкий характер, что объясняется малым числом пор и хорошей адгезией. Для плохоуплотненных углеродных композитов (особенно материалов с пироуглеродной матрицей) разрушение представляет сложный многоуровневый процесс. На участке линейного деформирования материала (см. рис. 4.12) происходит дисперсное растрескивание (под действием сдвиговых напряжений) углеродной матрицы и единичные разрывы волокон. Локализация повреждений после разрыва рядом стоящих волокон

приводит к интенсивному разрушению углеродной матрицы. Вследствие этого изменяется и передаточная длина в композите. Зависимость $\sigma-\varepsilon$ становится нелинейной (см. рис. 4.12). При разгрузке материала наблюдается остаточная деформация, т. е. композит обладает «псевдопластическими» свойствами, которые с повышением температуры проявляются все более отчетливо. При дальнейшем деформировании УУКМ происходит потеря несущей способности композита. Этой стадии соответствует ниспадающий участок кривой деформирования, который связан с повышением «подвижности» каркаса углеродного композита и интенсивным обрывом волокон или их «выдергиванием» (на рис. 4.26, 4.27 приведены фотографии характерного разрушения образцов из УУКМ).

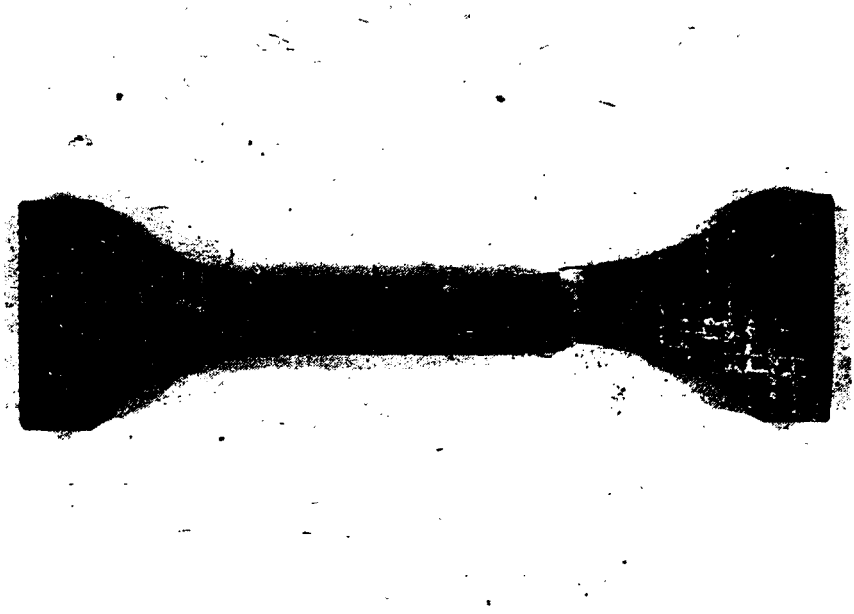


Рис. 4.26. Характерный вид разрушенных образцов из УУКМ структуры 3*D* при растяжении

Структурный анализ разрушения хрупких УУКМ [60, 100] показывает, что в этом случае превалирующий механизм разрушения определяется фактически поверхностной активностью волокон (т. е. адгезионной прочностью), которые в углеродной матрице (при комнатной температуре) разрушаются при деформации 0,2 % по сравнению с деформацией 2—3 %, наблюдаемой в полимерной матрице, и 0,5—1,4 % для углеродной нити (жгута). Таким образом растрескивание углеродной матрицы начинается раньше, чем разрушение волокон. В случае хорошей адгезии компонентов углеродного композита зарождение трещин в матрице приводит к перерезанию его волокон и к хрупкому

разрушению их. Такой механизм разрушения наблюдается особенно часто при динамическом деформировании и высокой плотности углерод-углеродного материала.

Напротив, в случае низкой адгезионной прочности границы происходит отслоение волокон и появляются обширные области с разрушенной углеродной матрицей. При этом предельная деформация композита может достигать 1 % в зависимости от вида

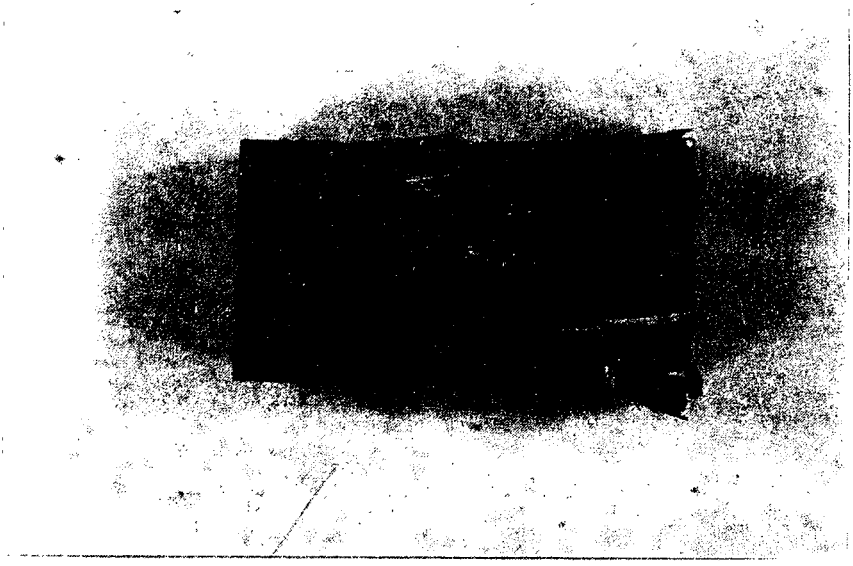


Рис. 4.27. Характер разрушения 3*D* композитов при сжатии

волокон. Нагрузки в этом случае могут передаваться частично благодаря силам трения, возникающим между волокном и матрицей. Указанный механизм разрушения становится более вероятным для УУКМ с малой плотностью материала.

При динамических нагрузках данный вид разрушения предпочтительнее, так как на образование новых поверхностей расходуется большая энергия, которая передается телу. В этом случае возникает многопараметрическая задача оптимизации динамических свойств углеродного композита. Однако поиск оптимального варианта осложняется микроуровневым характером разрушения и нестабильностью технологического процесса. Так на уровне волокна имеют место также разрывы элементарных нитей (фибрил) и растрескивание аморфного углерода, заполняющего пространство между фибрилами.

В работе [96] исследовалась вязкость разрушения слоистых углеродных композитов 2*D* структуры с разными углеродными волокнами. УУКМ получали путем карбонизации под давлением

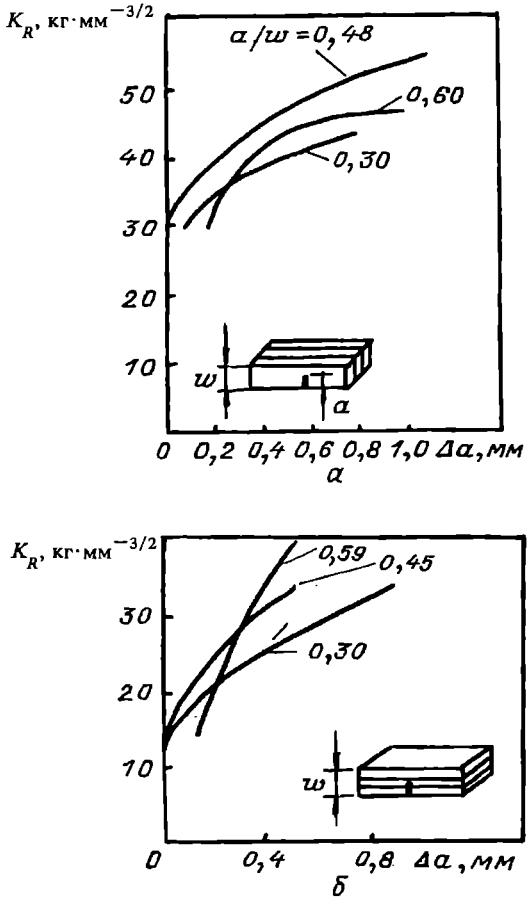


Рис. 4.28. Зависимости K_R от величины приращения трещины для различных схем надреза при различных значениях отношения a/W

углепластиков на основе полифенольной смолы. Весовое содержание волокон равнялось 50 %. Определялись коэффициент интенсивности и величина J-интеграла для образцов (80×10×6 мм) с надрезами на его наружной (образец типа A) и боковой (образец типа B) сторонах. Анализ полученных результатов (рис. 4.28) показал, что некоторый приведенный коэффициент интенсивности K_R существенно зависит от направления надреза (a—длина надреза (начальной трещины) от грани прямоугольного образца; W—ширина стороны образца, на которой находится надрез).

На рис. 4.29 представлены результаты расчета J-интеграла. При этом кривая *1* соответствует схеме надреза рис. 4.28,*б*, а кривая *2*—схеме на рис. 4.28,*а*.

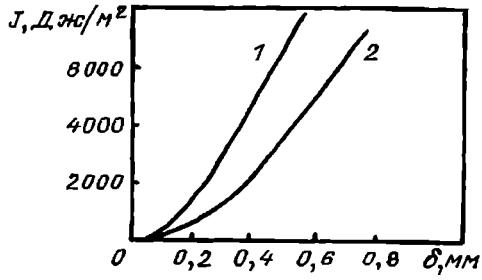


Рис. 4.29. Зависимость J-интеграла от перемещения δ-торцов образцов

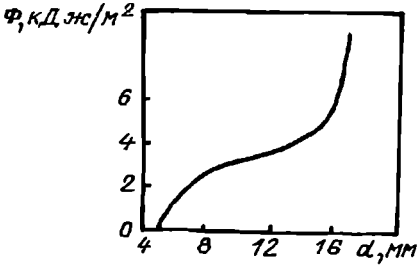


Рис. 4.30. Зависимость сопротивления от величины трещиы, распространяющейся перпендикулярно к плоскости слоев

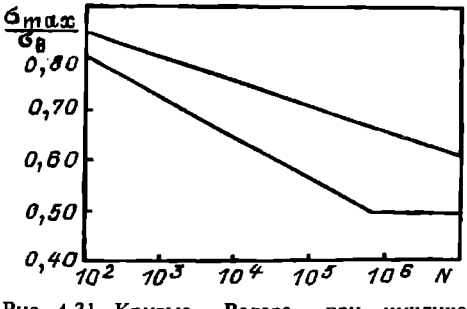


Рис. 4.31. Кривые Велера при циклическом растяжении для двух различных композитов

Аналогичные исследования проводились в работе [98]. Поскольку в этом случае углерод-углеродный композит структуры $2D$ обладал нехрупким поведением, то было показано, что трещиностойкость материала более точно описывается кривыми сопротивления, которые отражают зависимость удельной энергии разрушения от продвижения трещины. Рассматривался рост трещины для образцов с продольной и поперечной схемой нанесения надреза. Результаты экспериментов показали, что в том случае, когда фронт трещины нормален к плоскости слоев, энергия разрушения существенно больше за счет дополнительных механизмов поглощения при разрыве волокон. На рис. 4.30 приведена кривая сопротивления Ф для $a/W = 0{,}3$.

УУКМ разрушаются, как правило, хрупко при действии циклических нгрузок. При этом процесс разрушения идет сразу же на всех структурных уровнях. В работе [99] исследована усталостная прочность углерод-углеродных материалов различного строения при растяжении образцов с частотой 2 и 10 Гц. На рис. 4.31 приведены кривые долговечности для некоторых композитов (N—число циклов растяжения).

ГЛАВА 5

МЕТОДЫ ОСРЕДНЕНИЯ В КРАЕВЫХ ЗАДАЧАХ МЕХАНИКИ УГЛЕРОД-УГЛЕРОДНЫХ КОМПОЗИТОВ

5.1. Краевая задача механики структурно неоднородных сред

При расчетах на прочность и жесткость, а также при оценке работоспособности конструкций как на стадии проектирования, так и в процессе их эксплуатации важным этапом является определение напряженно-деформированного состояния при заданных нагрузках с целью сравнения действующих напряжений и деформаций с их допустимыми значениями. Эти допустимые значения выбираются в соответствии с каким-либо критерием, справедливым для данного материала при данных условиях работы. Однако, когда мы имеем дело с конструкциями или с их элементами из углерод-углеродных материалов, традиционные схемы и методы расчета приводят к конструктивным решениям, далеким от оптимальных.

Во-первых, элементы конструкций из углеродных композитов и сам композиционный материал создаются одновременно. Здесь уместно отметить, что прогресс в области углеродных композиционных материалов и соответствующих технологий часто приводит к тому, что накопить в полном объеме экспериментальные базовые данные по всему комплексу свойств углеродных композитов не удается.

Во-вторых, отличительной чертой углеродных композиционных материалов является их ярко выраженная структурная неоднородность и анизотропия свойств, причем характерный размер неоднородности (диаметр волокон) много меньше характерного размера тела. Уравнения равновесия или движения для углеродных композитов есть уравнения с неоднородными быстро осциллирующими коэффициентами. Непосредственное решение таких уравнений самыми современными конечно-разностными или вариационно-разностными методами с помощью современных наиболее мощных ЭВМ не приводит к положительному результату, поскольку шаг разбиения должен быть очень мал по сравнению с характерным размером конструкции, и, по крайней мере, на один порядок меньше характерного размера неоднородности. Если же остановиться на таком уровне исследования,

когда композит рассматривается как однородная анизотропная среда, то задача экспериментального определения свойств композита в целом становится во много раз сложнее аналогичной задачи для составляющих композит компонентов из-за большого многообразия различных вариантов формирования структуры.

В-третьих, при современных технологиях создания углерод-углеродных композитов неизвестно заранее, какие свойства матрицы реализуются в композите. При этом для углеродных матриц характерно наличие микронеоднородной структуры, микропор и микротрещин, а механизм их разрушения можно характеризовать как упругохрупкий. На основании сказанного выше можно считать актуальной задачу прогнозирования упругих и прочностных свойств углеродных матриц.

В-четвертых, современные экспериментальные рентгеноструктурные и электронноскопические исследования углеродных волокон свидетельствуют о наличии преимущественной ориентации кристаллов вдоль оси волокна. Экспериментально-теоретические исследования, проведенные в этом направлении, дают возможность прогнозирования упругих свойств волокон по свойствам структурных составляющих. Таким образом, углеродное волокно наиболее полно характеризуется макроскопически однородной анизотропной упругохрупкой моделью поведения при макродеформировании.

В-пятых, при анализе разрушения элементов конструкций из углерод-углеродных композитов следует иметь в виду, что разрыв одного из волокон, или разрушение анизотропного слоя, или еще какое-либо единичное структурное разрушение не приводит к потере несущей способности конструкции, а является лишь локальным актом процесса разрушения, предшествующим его глобальному разрушению. Структурное разрушение приводит к перераспределению действующих в волокнах и матрице напряжений, изменяет деформационные свойства композита и может быть зафиксировано с помощью методов неразрушающего контроля. Экспериментальные исследования образцов из углерод-углеродных композитов на растяжение—сжатие и кручение свидетельствуют о наличии как линейного участка деформирования, так и нелинейного участка деформирования (участка «псевдопластичности»). Кроме того, возможно «закритическое» деформирование этих материалов. В связи с изложенным выше для описания поведения таких материалов на макроуровне предлагаются различные варианты анизотропной теории пластичности.

В-шестых, для углерод-углеродных композитов особое значение имеет использование стохастических моделей и применение современных методов теории случайных полей. Введение случайных величин и случайных функций в математические модели деформирования и разрушения композитов позволяет описать процессы структурного разрушения, учесть при оценке надежности элементов конструкций реальную микроструктуру ком-

позита, естественный разброс макроскопических свойств и реальный характер действующих эксплуатационных нагрузок.

Эти и другие причины не позволяют использовать традиционные схемы для проектировочного расчета и оптимизации элементов конструкций из композитов. Возникает необходимость в разработке новых моделей и новых расчетных схем, которые, основываясь на традиционных, учитывали бы специфику углерод-углеродных композиционных материалов и одновременно включали бы в себя решение таких прикладных задач, как прогнозирование свойств компонентов по имеющейся информации о их структуре, прогнозирование свойств композитов по свойствам составляющих его компонентов, моделирование и установление связи структурного и макроскопического разрушений в условиях статического, динамического и импульсного нагружений, исследование длительной прочности и усталости композитов и других.

Одним из перспективных при проектировании конструкций из волокнистых углерод-углеродных композитов является структурно-феноменологический подход [78], существенно расширяющий физическую базу определяющих соотношений, учитывающих не только процессы структурного деформирования, но и структурное разрушение. В работах [78, 79] показано, что при описании структурного разрушения упругохрупких материалов можно ограничиться введением в определяющие соотношения, связывающие компоненты тензоров микронапряжений σ_{ij} и микродеформаций, наряду с тензором структурных модулей упругости Θ_{ijmn}, тензора микроповреждений $\omega_{ijmn}(\varepsilon_p, r)$, зависящего от условий нагружения,

$$\sigma_{ij}(r) = \Theta_{ijmn}(r)\,[I_{mnpq} - \omega_{mnpq}(\varepsilon_h, r)]\,\varepsilon_{pq}, \tag{5.1}$$

где $I_{ijmn} = \frac{1}{2}(\delta_{im}\delta_{jn} + \delta_{in}\delta_{jm})$—единичный тензор четвертого ранга; δ_{ij}—единичный тензор второго ранга; ε_h—инвариант тензора деформаций.

Таким образом, в качестве математической модели процессов квазистатического деформирования и разрушения в рамках такого подхода поставлена стохастическая краевая задача механики композитов [79],

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial x_\alpha}\,\sigma_{i\alpha}(r) + X_i(r) = 0, \\ \sigma_{ij}(r) = \Theta_{ijmn}(r)\,[I_{mnpq} - \omega_{mnpq}(\varepsilon_h, r)]\,[\varepsilon_{pq}(r) - \alpha_{pq}(r)\Delta T], \\ \varepsilon_{ij}(r) = \dfrac{1}{2}\left[\dfrac{\partial}{\partial x_j}U_i(r) + \dfrac{\partial}{\partial x_i}U_j(r)\right], \end{cases} \tag{5.2}$$

$$U_i(r)\Big|_{r\in\Gamma_u} = U_i^0(r), \quad \sigma_{ij}(r)n_j\Big|_{r\in\Gamma_\sigma} = S_i^0(r), \tag{5.3}$$

где U—вектор структурных перемещений; X—вектор структурных объемных (массовых) сил; α—тензор структурных коэффициентов теплового расширения; ΔT—однородный перепад температуры в элементе конструкции; U_i^0—заданный на части поверхности Γ_U элемента конструкции вектор перемещений; $S^0(r)$—заданный на части поверхности Γ_σ вектор поверхностных сил. Материальные величины X, Θ, ω, α для композитов с однородными компонентами (фазами) являются кусочно-постоянными функциями радиуса-вектора r и изменяются по закону

$$k(r) = \begin{cases} k^{(m)} \text{ для } r \in V_m, \\ k^{(f)} \text{ для } r \in V_f, \end{cases}$$

где V_m и V_f—соответственно объемы, занимаемые матрицей и волокном. Практически все реальные структуры удается описать с помощью аппарата обобщенных функций. Примеры такого описания для структур типа $3D$ и $5D$ приведены в работах [31, 32]. Таким образом возможно аналитическое задание материальных функций, что особенно важно при разработке численных и аналитических методов решения краевых задач микромеханики композитов.

Основные уравнения (5.2) и граничные условия (5.3) краевой задачи для элемента конструкции из композита необходимо дополнить условиями на межфазной поверхности. Например, для идеального контакта матрицы и волокон

$$[U_i(r)]^+ = [U_i(r)]^- \qquad [\sigma_{ij}n_j]^+ = [\sigma_{ij}n_j]^-$$

Отличительной особенностью краевой задачи (5.2), (5.3) является содержащийся в физических уравнениях (5.1) тензор повреждаемости ω четвертого ранга, описывающий структурное разрушение, стадию формирования и роста магистральной трещины, что отражается на равновесной нелинейной диаграмме деформирования наличием ниспадающего участка [15].

Обобщенное (в силу разрывности коэффициентов) решение задачи (5.2), (5.3) прямым путем (т. е. непосредственно) получить для практически важных случаев, как правило, не удается. Поэтому предлагается поэтапное решение исходной краевой задачи (табл. 5.1).

На первом этапе по заданным феноменологическим структурным уравнениям состояния с учетом формы и взаимного расположения элементов структуры строится макроскопическая модель среды. Для этого последовательное решение уравнений системы (5.2) и (так как важно найти именно макроскопические

физические уравнения) осреднение можно проводить в предположении однородности средних напряжений и деформаций.

Таблица 5.1

Схема решения исходной краевой задачи

Исходная информация

Второй этап решения подразумевает отыскание «осредненного» решения, т. е. отыскание макроскопических напряжений, деформаций и перемещений. Краевая задача для макровеличин, соответствующая краевой задаче (5.2), (5.3), записывается в виде

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \sigma^*_{i\alpha}(r)}{\partial x_\alpha} + X^*_i(r) = 0, \\ \sigma^*_{ij}(r) = \Theta^*_{ijmn}[I_{mnpq} - \omega^*_{mnpq}(\varepsilon^*_h)]\,[\varepsilon^*_{pq} - \alpha^* \Delta T], \\ \varepsilon^*_{ij}(r) = \dfrac{1}{2}\left[\dfrac{\partial}{\partial x_j} U^*_i(r) + \dfrac{\partial}{\partial x_i} U^*_j(r)\right], \end{cases} \tag{5.4}$$

$$U^*_i(r)\Big|_{r \in \Gamma_U} = U^0_i(r), \quad \sigma^*_{ij}(r) n_j \Big|_{r \in \Gamma_\sigma} = S^0_i(r). \tag{5.5}$$

Поскольку на втором этапе микронеоднородная среда, заполняющая область V, заменяется эквивалентной макроскопически однородной средой, для краевой задачи (5.4), (5.5) можно применять современные методы механики однородных тел [62].

Отыскание полей микронапряжений и микродеформаций, осуществляемое на третьем этапе, неразрывно связано с проблемой прогнозирования макросвойств и отысканием макроскопического напряженно-деформированного состояния. Пусть в некоторой точке $M(r)$ тела V известны макронапряжения $\sigma^*_{ij} \quad S_{ij}$. Тогда в элементарном макрообъеме $\Delta^I v$, выделенном вокруг точки $M(r)$, структурные поля деформирования удовлетворяют уравнениям (5.2) и граничным условиям

$$S_{ij} n_j(r) \mid_{\Gamma_{\Delta^I v}} = T_i(r), \tag{5.6}$$

где T_i—вектор сил на поверхности $\Gamma_{\Delta^I v}$ макрообъема.

Если заданы макродеформации $\varepsilon^*_{ij} \quad e_{ij}$, то для определения полей $\sigma_{ij}(r)$ и $\varepsilon_{ij}(r)$ следует рассматривать уравнения (5.2) совместно с граничными условиями в перемещениях

$$U_i(r) \Big|_{\Gamma_{\Delta^I v}} = e_{ij} r_j \tag{5.7}$$

Согласно [78] решения краевых задач (5.2), (5.6) и (5.2), (5.7) совпадают. Очевидно, эти решения не зависят от геометрии поверхности макрообъема $\Delta^I v$, поэтому можно исследовать любое тело с кусочно-гладкой поверхностью, находящееся в условиях однородного напряженного или деформированного состояния. Важно подчеркнуть, что если при определении структурных полей деформирования тензоры S и e строго соответствуют макронапряжениям и макродеформациям, действующим в точке $M(r)$, то при прогнозировании макросвойств среды компоненты этих тензоров могут быть заданы произвольным образом.

Следующим, четвертым по счету этапом решения исходной краевой задачи является определение микроповрежденности тела V. По заданным феноменологическим структурным критериям разрушения и найденным микронапряжениям можно вычислить вероятность микроразрушения, которая характеризует вероятность разрушения элементов структуры.

Вероятность микроразрушения, в свою очередь, можно связать с вероятностью макроразрушения, т. е. вероятностью разрушения элементарного объема $\Delta^I v$. Это составляет основную задачу заключительного, пятого этапа решения исходной краевой задачи. Эта задача впервые рассмотрена в [78], где установлена связь между инвариантными мерами структурного разрушения (вероятностью микроразрушения) и инвариантными мерами макроразрушения (вероятностью макроразрушения) в общем случае. В частном случае степенной зависимости распределения микро-

повреждений получена аналитическая зависимость между вероятностями микро- и макроразрушения. В случае абсолютно хрупких материалов эти вероятности совпадают.

5.2. Метод осреднения стохастической краевой задачи микромеханики композитов на основе модели однородной среды

Необходимость прогнозирования упругих свойств углеродных матриц с учетом разупорядоченности их поликристаллической структуры и наличия пористости приводит к постановке стохастических краевых задач механики композитов. К аналогичной постановке сводится задача о прогнозировании эффективных свойств углеродных волокон с аксиальной текстурой. Для иллюстрации основных идей метода рассмотрим частный случай краевой задачи (5.2), (5.3)

$$\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\sigma_{i\alpha}(r) = 0;\ \sigma_{ij}(r) = \Theta_{ij\alpha\beta}(r)\ \varepsilon_{\alpha\beta}(r),$$

$$\varepsilon_{ij}(r) = \frac{1}{2}\left[\frac{\partial}{\partial x_j}U_i(r) + \frac{\partial}{\partial x_i}U_j(r)\right], \tag{5.8}$$

$$U_i(r)\Big|_{r\in\Gamma} = \varepsilon^*_{ij}\, r_j, \tag{5.9}$$

где ε^*—заданный тензор макродеформации; $\Theta_{ijmn}(r)$—тензор модулей упругости в лабораторной системе, связанной с тензором моделей упругости C'_{ijmn} в кристаллографической системе координат формулами преобразования тензоров четвертого ранга,

$$\Theta_{ijmn}(r) = \lambda_{i\alpha}\ \lambda_{j\beta}\ \lambda_{m\gamma}\ \lambda_{n\delta}C'_{\alpha\beta\gamma\delta}, \tag{5.10}$$

где λ_{ij}—косинусы углов между лабораторной и кристаллографической системами координат.

Для учета пористости микронеоднородной среды введем случайную индикаторную функцию $\lambda(r)$, определяемую соотношением

$$\lambda(r) = \begin{cases} 1, & \text{если} \quad r \in V_f \\ 0, & \text{если} \quad r \notin V_m, \end{cases} \tag{5.11}$$

где V_f и V_m—объемы, занимаемые соответственно порами и матрицей.

Тогда соотношение (5.10) для микронеоднородных сред с учетом распределения пористости (5.11) записывается в виде

$$\widetilde{\Theta}_{ijmn}(r) = \lambda_{i\alpha}\ \lambda_{j\beta}\ \lambda_{m\gamma}\ \lambda_{n\delta}C'_{\alpha\beta\gamma\delta}(1-\lambda(r)). \tag{5.12}$$

В модели (5.10) предполагаются известными упругие свойства кристаллов (зерен) C'_{ijmn}, а в модели (5.12), кроме того,

известны моментные функции различных порядков распределения величины $\lambda(r)$. Требуется определить эффективные характеристики микронеоднородной среды и поля деформирования в указанных выше случаях на основании решения краевой задачи (5.8), (5.9).

Выпишем теперь явные выражения для модулей упругости в случае поликристаллической среды с кубической и гексагональной структурами. В случае кубической структуры

$$C'_{ijmn} = a'\delta_{ij}\delta_{mn} + b'(\delta_{im}\delta_{jn} + \delta_{in}\delta_{jm}) + \sum_{p=1}^{3} \mu'\delta_{ip}\delta_{jp}\delta_{mp}\delta_{np}, \quad (5.13)$$

где $a' = C'_{12}$, $b' = C'_{44}$, $\mu' = C'_{11} - C'_{12} - 3C'_{44}$. В случае среды с гексагональной структурой

$$C'_{ijmn} = a'\delta_{ij}\delta_{mn} + b'(\delta_{im}\delta_{jn} + \delta_{in}\delta_{jm}) + \gamma'\delta_{i3}\delta_{j3}\delta_{m3}\delta_{n3} + \chi'(\delta_{i3}\delta_{j3}\delta_{mn} + \delta_{ij}\delta_{m3}\delta_{n3}) + \rho'(\delta_{in}\delta_{j3}\delta_{m3} + \delta_{i3}\delta_{n3}\delta_{jm} + \delta_{im}\delta_{j3}\delta_{n3} + \delta_{i3}\delta_{m3}\delta_{jn}), \quad (5.14)$$

где a', b', γ', κ', ρ'—материальные постоянные поликристалла гексагональной структуры.

Подставляя (5.14) в (5.10) и осредняя полученное уравнение, находим

$$C_{ijmn} = \langle\Theta_{ijmn}\rangle = \alpha'\delta_{ij}\delta_{mn} + \beta'(\delta_{im}\delta_{jn} + \delta_{in}\delta_{jm}), \quad (5.15)$$

где для рассматриваемого случая

$$\alpha' = \left(a' + \frac{1}{15}\gamma' + \frac{2}{3}\kappa'\right); \quad \beta' = \left(b' + \frac{1}{15}\gamma' + \frac{2}{3}\rho'\right). \quad (5.16)$$

Таким образом, тензор средних модулей упругости микронеоднородной среды определяется как тензор модулей упругости изотропной среды с модулями Ляме λ' и β' Из уравнений (5.10), (5.14) и (5.16)

$$\mathring{\Theta}_{ijmn} = \Theta_{ijmn} - \langle\Theta_{ijmn}\rangle = \gamma'[\lambda_{i3}\lambda_{j3}\lambda_{m3}\lambda_{n3} - \frac{1}{15}(\delta_{ij}\delta_{mn} + \delta_{im}\delta_{jn} + \delta_{in}\delta_{jm})] + \kappa'(\lambda_{i3}\lambda_{j3}\delta_{mn} + \delta_{ij}\lambda_{m3}\lambda_{n3} - \frac{2}{3}\delta_{ij}\delta_{mn}) + \rho'(\lambda_{i3}\lambda_{n3}\lambda_{jm} + \delta_{in}\delta_{j3}\delta_{m3} + \lambda_{i3}\lambda_{m3}\delta_{jn} + \delta_{im}\lambda_{j3}\lambda_{j3}\lambda_{n3} - \frac{2}{3}\delta_{in}\delta_{jm} - \frac{2}{3}\delta_{im}\delta_{jn}). \quad (5.17)$$

Как видно из уравнений (5.17), для вычисления моментов связи различных порядков

$\langle\mathring{\Theta}_{ijmn}(r)\,\mathring{\Theta}_{pqrs}(r)\rangle$, $\langle\mathring{\Theta}_{ijmn}(r)\,\mathring{\Theta}_{pqrs}(r)\,\mathring{\Theta}_{kluv}(r)\rangle$ и т. д.

необходимо знать средние значения четных произведений направляющих косинусов

$$\langle \lambda_{i3}\lambda_{j3}\rangle, \quad \langle \lambda_{i3}\lambda_{j3}\lambda_{m3}\lambda_{n3}\rangle \text{ и т. д.}$$

различных порядков. Непосредственные вычисления приводят к следующим формулам:

$$\langle \lambda_{i3}\lambda_{j3}\rangle = \frac{1}{3}\delta_{ij};$$

$$\langle \lambda_{i3}\lambda_{j3}\lambda_{m3}\lambda_{n3}\rangle = \frac{1}{15}(\delta_{ij}\delta_{mn} + \delta_{im}\delta_{jn} + \delta_{in}\delta_{jm}) = \frac{1}{15}\delta_{ijmn};$$

$$\langle \lambda_{i3}\lambda_{j3}\lambda_{m3}\lambda_{n3}\lambda_{p3}\lambda_{q3}\rangle = \frac{1}{105}(\delta_{ij}\delta_{mnpq} + \delta_{im}\delta_{jnpq} +$$

$$+ \delta_{in}\delta_{jmpq} + \delta_{ip}\delta_{jmnq} + \delta_{iq}\delta_{jmnp}) = \frac{1}{105}\delta_{ijmnpq}. \qquad (5.18)$$

Из формул (5.18) нетрудно установить алгоритм, по которому можно вычислить средние значения произведения направляющих косинусов любого порядка. Так, средние значения произведения восьми направляющих косинусов определяются уравнением

$$\langle \lambda_{i3}\lambda_{j3}\lambda_{m3}\lambda_{n3}\lambda_{p3}\lambda_{q3}\lambda_{r3}\lambda_{s3}\rangle = \frac{1}{945}(\delta_{ij}\delta_{mnpqrs} +$$

$$+ \delta_{im}\delta_{jnpqrs} + \delta_{in}\delta_{jmpqrs} + \delta_{ip}\delta_{jmnqrs} + \delta_{iq}\delta_{jmnprs} +$$

$$+ \delta_{ir}\delta_{jmnpqs} + \delta_{is}\delta_{jmnpqr} = \frac{1}{945}\delta_{ijmnpqrs}.$$

В общем случае

$$\langle \lambda_{i_1 3}\lambda_{i_2 3}\lambda_{i_3 3}\dots\lambda_{i_n 3}\rangle = \frac{1}{(n+1)!!}\delta_{i_1 i_2} \qquad (5.19)$$

Таким образом, пользуясь формулами (5.18) и (5.19), нетрудно вычислить моменты любого порядка структурных модулей упругости микронеоднородной среды с гексагональной структурой модели (5.10).

Для определения моментов различных порядков с произвольной анизотропией элементов структуры необходимо знать средние значения четных произведений направляющих косинусов. Среднее значение произведения двух направляющих косинусов равно

$$\langle \lambda_{i\alpha}\lambda_{j\beta}\rangle = \frac{1}{3}\delta_{ij}\delta_{\alpha\beta}. \qquad (5.20)$$

Вычисляя средние значения произведения четырех направляющих косинусов, получаем

$$\langle \lambda_{i\alpha}\lambda_{k\beta}\lambda_{l\gamma}\lambda_{m\delta}\rangle = \left(\frac{2}{15}\delta_{\alpha\beta}\delta_{\gamma\delta} - \frac{1}{30}\delta_{\alpha\gamma}\delta_{\beta\delta} - \frac{1}{30}\delta_{\alpha\delta}\delta_{\beta\gamma}\right)\times$$

$$\times\delta_{ik}\delta_{lm} + \left(-\frac{1}{30}\delta_{\alpha\beta}\delta_{\gamma\delta} + \frac{2}{15}\delta_{\alpha\gamma}\delta_{\beta\delta} - \frac{1}{30}\delta_{\alpha\delta}\delta_{\beta\gamma}\right)\delta_{il}\delta_{km} +$$

$$+ \left(-\frac{1}{30}\delta_{\alpha\beta}\delta_{\gamma\delta} - \frac{1}{30}\delta_{\alpha\gamma}\delta_{\beta\delta} + \frac{2}{15}\delta_{\alpha\delta}\delta_{\beta\gamma}\right)\delta_{im}\delta_{kl}. \qquad (5.21)$$

Как видно из уравнений (5.20) и (5.21), формулы для вычисления средних значений произведений направляющих косинусов выражаются через тензоры Кронекера, содержащие только либо первые, либо вторые индексы направляющих косинусов. Иными словами, формула (5.21) содержит члены с произве-

$$\langle \lambda_{i_1\alpha_1}\lambda_{i_2\alpha_2}\dots\lambda_{i_n\alpha_n}\rangle = \{\delta_{i_1i_2}\dots\delta_{i_n}\delta_{\alpha_1\alpha_2}\dots\alpha_n\}\left\|\begin{matrix} a_{11} & a_{12}\dots a_{1q} \\ a_{21} & a_{22}\dots a_{1q} \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{q1} & a_{q2}\dots a_{qq}\end{matrix}\right\|, \quad (5.23)$$

где коэффициенты a_{ij} обладают следующими свойствами:

$$a_{11} = a_{22} = \quad = a_{qq}; \quad a_{ij} = a_{ji}.$$

Непосредственно вычисляя средние значения небольшого числа произведений направляющих косинусов, определим коэффициенты a_{ij} в уравнениях (5.23) аналогично тому, как это сделано выше при определении коэффициентов в формулах для средних значений произведений двух, четырех и шести направляющих косинусов. Для решения практических задач часто достаточно ограничиться знанием средних значений произведений восьми направляющих косинусов.

Кроме моментов различных порядков упругих свойств и индикаторной функции $\lambda(r)$, в дальнейшем нам потребуется знание моментных функций этих характеристик. Введем обозначения

$$\overset{\circ}{\Theta}(r) = \Theta(r) - C; \quad C = \langle\Theta\rangle; \quad \lambda^0(r) = \lambda(r) - p. \quad (5.24)$$

Тогда из (5.24) найдем моментные функции второго порядка центрированных случайных функций второго порядка:

$$K_\Theta(r_1,r_2) = \langle\overset{\circ}{\Theta}(r_1)\overset{\circ}{\Theta}(r_2)\rangle; \quad K_\lambda(r_1,r_2) = \langle\lambda^0(r_1)\lambda^0(r_2)\rangle. \quad (5.25)$$

Анализ экспериментальных данных и результатов численного моделирования структур разупорядоченных композитов [3] указывает на общую закономерность изменения этих функций в формулах (5.25) от модуля разности векторов r_1 и r_2 и аппроксимации быстро осциллирующими непрерывными функциями с непрерывными первыми производными в нулевой точке,

$$K_\Theta(|r_1 - r_2|) = D_\Theta^{(2)} f(|r_1 - r_2|); \; K_\lambda(|r_1 - r_2|) = D_\lambda^{(2)} f(|r_1 - r_2|),$$

$$f(|r_1-r_2|) = \exp\left(-\frac{\alpha}{d^2}|r_1-r_2|^2\right)\left[\cos\left(\frac{b}{d^2}|r_1-r_2|^2\right) + a\sin\left(\frac{b}{d^2}|r_1-r_2|^2\right)\right], \quad (5.26)$$

где $D_\Theta^{(2)}$ и $D_\lambda^{(2)}$ соответственно обозначают дисперсии величин Θ и λ; d—размер области статистической зависимости; $\alpha = 5{,}5$; $b = 3{,}6$; $a = -1{,}4$. График зависимости нормированной функции $f(r)$ приведен на рис. 5.1.

Из (5.12) и (5.26) следует, что моментные функции второго порядка поликристаллических сред с учетом пористости также описываются быстро осциллирующими непрерывными функциями с непрерывной первой производной:

$$K_{\tilde{\Theta}}(|r_1-r_2|)=(1-p)^2K_{\Theta}(|r_1-r_2|)+K_{\lambda}(|r_1-r_2|)\times$$
$$\times[C\cdot C+K_{\Theta}(|r_1-r_2|)]. \qquad (5.27)$$

К аналогичным зависимостям приходим для моментных функций высших порядков, явный вид которых приведен в работе [83].

Перейдем теперь к понятиям локально-статистической однородности и локальной эргодичности случайных полей. Случайное поле $\lambda(r)$ есть локально-статистически однородное поле, если многоточечный закон совместного распределения $f_{\lambda}^{(n)}(r_1, r_2,\ldots,r_n)$ $(n=1,2,3\ldots)$ не изменяется после параллельного переноса точек $M_1(r_1)$, $M_2(r_2),\ldots,M_n(r_n)$ на равные расстояния, не превышающие характерный размер некоторой области статистической зависимости $V^*\in V$.

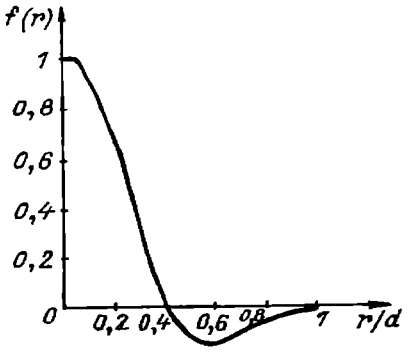


Рис. 5.1. Нормированная моментная функция второго порядка индикаторной функции в зависимости от безразмерного радиуса

Рассмотрим теперь подкласс случайных полей, относящихся к локально-статистически однородным.

Случайное поле $\lambda(r)$ есть локально-эргодическое поле, если поле $\lambda(r)$ локально-статистически однородно и моментные функции произвольного порядка k финитны в области $V^*\in V$, т. е.

$$K_{\lambda}^{(k)}(r_1,r_2\ldots,r_k)=\langle\lambda^0(r_1)\lambda^0(r_2)\ldots\lambda^0(r_k)\rangle=\begin{cases}\not\equiv 0, & r_m<D,\\ \equiv 0, & r_m\geq D,\end{cases} \qquad (5.28)$$

$$K=2,3,\ldots,\ r_m=\max_{i,j}|r_i-r_j|;\ \ i,j=\overline{1,k},$$

D—характерный размер области V^*

Введем теперь понятия макроскопической однородности и квазиизотропности микронеоднородной среды. Микронеоднородная среда макрооднородна, если упругие свойства микронеоднородной среды описываются случайными локально-эргодическими полями. Микронеоднородная среда квазиизотропна, если: 1) $C=\langle\Theta\rangle$ (тензор модулей упругости изотропной упругой среды); 2) моментные функции $K_{\Theta}^{(k)}(r_1, r_2, \ldots, r_k)$ в окрестности первого порядка малости

(в εD-окрестности произвольно взятой точки среды) зависят от модулей всех расстояний между точками твердого тела:

$$K_{\Theta}^{(k)}(r_1, r_2, \ldots, r_k) = K_{\Theta}^{(k)}(|r_1 - r_2|, |r_1 - r_3|. \quad |r_k - r_{k-1}|).$$

Определим теперь основное свойство микронеоднородных деформируемых сред. Если микронеоднородная среда макроскопически однородна и квазиизотропна; перемещения границы Г тела V, имеющего конечные размеры, детерминированы; дисперсии физических свойств среды, заданных в детерминированной системе координат, конечны; средние деформации — макроскопически гладкие функции координат, то существует случайный функционал $\Phi(\Theta)$, зависящий только от упругих свойств элементов структуры и не зависящий от граничных условий, такой, что пульсации структурных деформаций представимы в виде

$$\overset{\circ}{\varepsilon}(r) = \Phi(\Theta) \quad \varepsilon^*(r), \tag{5.29}$$

где $\overset{\circ}{\varepsilon}(r)$—пульсации структурных деформаций; $\varepsilon^*(r) = \langle \varepsilon(r) \rangle$—макроскопические деформации.

Для доказательства соотношения (5.29) рассмотрим решение краевой задачи (5.8), (5.9) относительно пульсаций структурных перемещений

$$\nabla \quad C \quad \text{def}\, \overset{\circ}{U} = -\nabla \quad \Pi; \; \overset{\circ}{U}(r)\Big|_{r \in \Gamma} = 0, \tag{5.30}$$

где $\Pi(r) = \overset{\circ}{\Theta} \quad \text{def}\, \langle U \rangle + \overset{\circ}{\Theta} \quad \text{def}\, \overset{\circ}{U} - \langle \overset{\circ}{\Theta} \quad \text{def}\, \overset{\circ}{U} \rangle$, def—линейный дифференциальный оператор, связывающий тензор деформаций с компонентами вектора перемещений.

Уравнения (5.30) можно рассматривать как уравнения краевой задачи теории упругости однородной по физическим свойствам среды с тензором модулей упругости C и перемещениями $\overset{\circ}{U}$, обусловленными действием случайных объемных сил $\nabla \quad \Pi$. Уравнение (5.30) эквивалентной краевой задачи через тензор Грина $G(r,r')$ преобразуется в интегро-дифференциальное уравнение при нулевых граничных условиях

$$\overset{\circ}{U}(r) = \int_V G(r,r') \quad (\nabla' \quad \Pi'(r'))\, dV' \tag{5.31}$$

Для определения полей структурных деформаций и напряжений необходимо знать градиенты пульсаций перемещений. Дифференцируем уравнение (5.31):

$$\nabla \overset{\circ}{U}(r) = \int_V G(r,r') \quad (\nabla' \quad \Pi'(r'))\, dV'. \tag{5.32}$$

Уравнение (5.32) решаем методом последовательных приближений при ограничениях, сформулированных в виде макрооднородности и квазиизотропности среды и макроскопической гладкости средних деформаций.

В первом приближении полагаем

$$\nabla \overset{\circ}{U}{}^{(1)} = \int_V \nabla G(r,r') \quad \nabla' \quad (\overset{\circ}{\Theta}' \quad \varepsilon^{*\prime}) \, dV' \tag{5.33}$$

Для макрооднородной квазиизотропной среды интеграл (5.33) приводится [76] к виду

$$\nabla \overset{\circ}{U},^{(1)} = \nabla \rho^{(1)} \quad \varepsilon^* \tag{5.34}$$

где $\nabla \rho^{(1)} = \int_V \nabla G \quad (\nabla' \quad \overset{\circ}{\Theta}') \, dV'$,

а $\rho^{(1)}(\overset{\circ}{\Theta})$—тензор-функционал третьего ранга относительно физических свойств среды.

Подстановка (5.33) в (5.32) с учетом (5.34) дает второе приближение

$$\nabla \overset{\circ}{U}{}^{(2)} = (\nabla \rho^{(1)} + \nabla \rho^{(2)}) \quad \varepsilon^*,$$

$$\nabla \rho^{(2)} = \int_V \nabla G \quad (\nabla' \quad (\overset{\circ}{\Theta}' \quad \nabla' \rho^{(1)\prime})) \, dV'$$

и т. д.

Окончательно получаем

$$\nabla \overset{\circ}{U} = \nabla \rho \quad \varepsilon^*, \tag{5.35}$$

где

$$\nabla \rho = \sum_{s=1}^{\infty} \nabla \rho^{(s)};$$

$$\nabla \rho^s = \int_V \nabla G \quad (\nabla' \quad (\overset{\circ}{\Theta}' \quad \nabla' \rho^{(s-1)'})) \, dV' \tag{5.36}$$

Поскольку пульсации структурных деформаций определяются выражением

$$\overset{\circ}{\varepsilon} = \operatorname{def} \overset{\circ}{U},$$

учитывая (5.35), приходим к соотношению (5.29),

$$\overset{\circ}{\varepsilon}(r) = \Phi(\Theta) \quad \varepsilon^*(r), \tag{5.37}$$

где функционал $\Phi(\overset{\circ}{\Theta})$ определяется соотношением

$$\Phi(\overset{\circ}{\Theta}) = \operatorname{def} \rho(\Theta). \tag{5.38}$$

Формулы (5.35)—(5.38) представляют собой решение поставленной задачи, если соответствующие ряды сходятся. Исследование условий сходимости рядов (5.36) представляет самостоятельную проблему, решаемую для каждой конкретной модели микронеоднородной среды. Если в полученных рядах

ограничиться первым слагаемым, то такое приближение принято называть корреляционным.

Для вычисления эффективных модулей упругости, полей микронапряжений и микродеформаций необходимо вычислить моменты различных порядков функционала $\Phi(\Theta)$. Так как согласно (5.38) моменты различных порядков функционала $\Phi(\Theta)$ однозначно определяются через моменты второго порядка функционала $\rho(\Theta)$, то достаточно вычислить моменты второго порядка функ-ционала $\rho(\Theta)$. В работе [76] показано, что функционал $\rho(\Theta)$ в первом (корреляционном) приближении аппроксимируется выражением

$$\frac{\partial \rho_{ikl}}{\partial x_j} = J_{ij\alpha\beta} \overset{\circ}{\Theta}_{\alpha\beta kl}, \tag{5.39}$$

где J_{ijpq}—изотропный тензор четвертого ранга,

$$J_{mnpq} = -\frac{4\pi}{15}(5A + 3B)\,\delta_{mn}\delta_{pq} + \frac{8\pi}{15}B(\delta_{mp}\delta_{nq} + \delta_{mq}\delta_{np}). \tag{5.40}$$

Материальные постоянные A и B определяются через средние модули упругости микронеоднородной среды:

$$A = \frac{C_{1122} + 3C_{2323}}{8\pi C_{2323}(C_{1122} + 2C_{2323})};\quad B = \frac{C_{1122} + C_{2323}}{8\pi C_{2323}(C_{1122} + 2C_{2323})}. \tag{5.41}$$

Таким образом, на основании формул (5.37)—(5.41) достаточно просто можно вычислить эффективные модули упругости, поля микронапряжений и микродеформаций в корреляционном приближении.

Осредняя физические уравнения и используя соотношения (5.37), (5.38), приходим к следующей формуле расчета эффективных модулей упругости:

$$C^*_{ijmn} = C_{ijmn} + \langle \overset{\circ}{\Theta}_{ij\gamma\delta} \frac{\partial \rho_{\gamma mn}}{\partial x_\delta} \rangle. \tag{5.42}$$

Для вычисления поправки в формуле (5.42) умножим уравнение (5.39) на $\overset{\circ}{\Theta}_{pqij}$. Свертывая по индексам i,j и применяя оператор математического ожидания, получаем

$$\langle \overset{\circ}{\Theta}_{pq\gamma\delta} \frac{\partial \rho_{\gamma kl}}{\partial x_\delta} \rangle = \langle \Theta_{pq\gamma\delta} \overset{\circ}{\Theta}_{\alpha\beta kl} \rangle J_{\gamma\delta\alpha\beta}. \tag{5.43}$$

Освобождаясь от символов Кронекера в выражении (5.43) и подставляя полученное выражение в (5.42), приходим к следующей зависимости:

$$C^*_{iklm} = C_{iklm} - \frac{4\pi}{3}\left(A + \frac{B}{5}\right) \langle \overset{\circ}{\Theta}_{ik\alpha\beta} \overset{\circ}{\Theta}_{\alpha\beta lm} \rangle +$$

$$+\frac{8\pi}{15}B\langle\mathring{\Theta}_{ikaa}\mathring{\Theta}_{\beta\beta lm}\rangle. \qquad (5.44)$$

Формула (5.44) представляет собой общую формулу для расчета эффективных модулей упругости макроскопически однородных квазиизотропных сред в корреляционном приближении.

Вычислим теперь макроскопические модули упругости для поликристаллической среды, описываемой моделью (5.10). На основании (5.10) и (5.21) находим среднее значение модуля упругости

$$C_{iklm}=\frac{1}{15}(2C'_{aa\beta\beta}-C'_{a\beta a\beta})\delta_{ik}\delta_{lm}+$$

$$+\frac{1}{30}(-C'_{aa\beta\beta}+3C_{a\beta a\beta})(\delta_{il}\delta_{km}+\delta_{im}\delta_{kl}). \qquad (5.45)$$

Используя (5.10) и (5.21), получаем формулы для расчета сверток тензоров восьмого ранга, входящих в (5.44):

$$\langle\mathring{\Theta}_{ika\beta}\mathring{\Theta}_{a\beta lm}\rangle=(\frac{2}{15}C'_{aa\beta\gamma}C'_{\beta\gamma\delta\delta}-\frac{1}{15}C'_{a\beta\gamma\delta}C'_{a\beta\gamma\delta}-$$

$$-\frac{8}{225}C'_{aa\beta\beta}C'_{\gamma\gamma\delta\delta}-\frac{2}{225}C'_{aa\beta\beta}C'_{\gamma\delta\gamma\delta}+\frac{2}{75}C'_{a\beta a\beta}C'_{\gamma\delta\gamma\delta})\delta_{ik}\delta_{lm}+$$

$$+(-\frac{1}{30}C'_{aa\beta\gamma}C'_{\beta\gamma\delta\delta}+\frac{1}{10}C'_{a\beta\gamma\delta}C'_{a\beta\gamma\delta}-\frac{1}{450}C'_{aa\beta\beta}C'_{\gamma\gamma\delta\delta}+$$

$$+\frac{1}{75}C'_{aa\beta\beta}C'_{\gamma\delta\gamma\delta}-\frac{1}{50}C'_{a\beta a\beta}C'_{\gamma\delta\gamma\delta})(\delta_{il}\delta_{km}+\delta_{im}\delta_{kl});$$

$$\langle\mathring{\Theta}_{ikaa}\mathring{\Theta}_{\beta\beta lm}\rangle=(\frac{1}{45}C'_{aa\beta\beta}C'_{\gamma\gamma\delta\delta}-\frac{1}{15}C'_{a\beta\gamma\gamma}C'_{a\beta\delta\delta})\delta_{ik}\delta_{lm}+$$

$$+(-\frac{1}{30}C'_{aa\beta\beta}C'_{\gamma\gamma\delta\delta}+\frac{1}{10}C'_{a\beta\gamma\gamma}C'_{a\beta\delta\delta})(\delta_{il}\delta_{km}+\delta_{im}\delta_{kl}). \qquad (5.46)$$

Формулы (5.44)—(5.46) позволяют прогнозировать эффективные модули упругости любых поликристаллических сред (в том числе поликристаллического углерода).

Обобщим теперь полученные формулы (5.44) на случай поликристаллических сред с учетом пористости:

$$\widetilde{C}^{*}_{iklm}=\widetilde{C}_{iklm}-\frac{4\pi}{3}\left(\widetilde{A}+\frac{\widetilde{B}}{5}\right)\langle\mathring{\widetilde{\Theta}}_{ika\beta}\mathring{\widetilde{\Theta}}_{a\beta lm}\rangle+$$

$$+\frac{8\pi}{15}\widetilde{B}\langle\mathring{\Theta}_{ikaa}\mathring{\Theta}_{\beta\beta lm}\rangle. \qquad (5.47)$$

В формуле (4.47) средние модули упругости $\widetilde{C}_{ijmn}$ поликристаллической среды с учетом пористости

$$\widetilde{C}_{iklm}=C_{iklm}(1-p). \qquad (5.48)$$

Корреляционные моменты связи второго порядка в (5.47) определяются на основе модели (5.12):

$$\langle \overset{\circ}{\tilde{\Theta}}_{ijmn} \overset{\circ}{\tilde{\Theta}}_{pqrs} \rangle = \langle \overset{\circ}{\Theta}_{ijmn} \overset{\circ}{\Theta}_{pqrs} \rangle (1-p) + \\ + p(1-p) C_{ijmn} C_{pqrs}. \qquad (5.49)$$

Из формул (5.48) и (5.49) видно, что моменты первого и второго порядка поликристаллической пористой среды полностью характеризуются моментами первых двух порядков бездефектной поликристаллической среды и пористостью. В частном случае, при $p = 0$, получаем моменты бездефектной поликристаллической среды.

Перейдем теперь к определению полей структурных деформаций в микронеоднородной среде. Из соотношений (5.38) и (5.39) находим

$$\Phi_{ijmn} = J_{ij\alpha\beta} \overset{\circ}{\Theta}_{\alpha\beta mn}(r). \qquad (5.50)$$

Из соотношений (5.37) и (5.50) получаем моментную функцию второго порядка структурных деформаций:

$$L_{ijmn}(r_1, r_2) = \langle \overset{\circ}{\varepsilon}_{ij}(r_1) \overset{\circ}{\varepsilon}_{mn}(r_2) \rangle = J_{ij\varphi\psi} J_{mn\gamma\delta} K^{\varphi\psi\alpha\beta}_{\gamma\delta\rho\omega}(r_1, r_2) \varepsilon^*_{\alpha\beta} \varepsilon^*_{\rho\omega}, \qquad (5.51)$$

где $K^{\varphi\psi\alpha\beta}_{\alpha\delta\rho\omega}(r_1, r_2)$—быстро осциллирующая моментная функция второго порядка упругих свойств микронеоднородной среды, определяемая формулой (5.26).

Анализ формулы (5.51) показывает, что, поскольку поля упругих свойств микронеоднородной среды описываются быстро осциллирующими непрерывными функциями с непрерывной первой производной, аналогичными свойствами будут обладать и поля структурных деформаций, определяемые по формуле (5.51). На основе соотношений (5.37) и (5.50) нетрудно получить формулы для расчета моментных функций высших порядков структурных деформаций.

Перейдем теперь к определению моментной функции второго порядка структурных напряжений. Для этого запишем выражение для пульсаций структурных напряжений

$$\overset{\circ}{\sigma}_{ij}(r_1) = \Psi_{ij\alpha\beta}(\Theta) \varepsilon^*_{\alpha\beta}(r_1), \qquad (5.52)$$

где введено обозначение

$$\Psi_{ijmn}(r_1) = C_{ij\alpha\beta} J_{\alpha\beta\gamma\delta} \overset{\circ}{\Theta}_{\gamma\delta mn}(r_1) + \overset{\circ}{\Theta}_{ijmn}(r_1) + \\ + \overset{\circ}{\Theta}_{ij\alpha\beta}(r_1) J_{\alpha\beta\gamma\delta} \overset{\circ}{\Theta}_{\gamma\delta mn}(r_1) - \langle \overset{\circ}{\Theta}_{ij\alpha\beta} \overset{\circ}{\Theta}_{\gamma\delta mn} \rangle J_{\alpha\beta\gamma\delta}. \qquad (5.53)$$

Перемножая выражения (5.52) для двух произвольно взятых точек и осредняя, получаем выражение для моментной функции второго порядка структурных напряжений

$$T_{ijmn}(r_1, r_2) = \langle \mathring{\sigma}_{ij}(r_1)\mathring{\sigma}_{mn}(r_2)\rangle = M^{ij\alpha\beta}_{mn\gamma\delta}(r_1, r_2)\varepsilon^*_{\alpha\beta}(r_1)\varepsilon^*_{\gamma\delta}(r_2), \quad (5.54)$$

где материальные коэффициенты M^{ijpq}_{mnrs} определяются согласно (5.53) и зависят от двухточечных моментных функций второго, третьего и четвертого порядков. В случае корреляционного приближения (когда ограничиваются только моментными функциями второго порядка) из (5.53) получаем

$$M^{ijmn}_{pqrs}(r_1, r_2) = L^{ijmn}_{pqrs}(r_1, r_2) + C_{ij\alpha\beta}J_{\alpha\beta\gamma\delta}C_{pq\varphi\psi} \times$$

$$\times J_{\varphi\psi\rho\omega}K^{\gamma\delta mn}_{\rho\omega rs}(r_1, r_2) + K^{ijmn}_{\rho\omega rs}(r_1, r_2) \times$$

$$\times C_{pq\varphi\psi}J_{\varphi\psi\rho\omega} + C_{ij\alpha\beta}J_{\alpha\beta\gamma\delta}K^{\gamma\delta mn}_{pqrs}(r_1, r_2). \quad (5.55)$$

Как видно из формул (5.54) и (5.55) моментные функции второго порядка структурных напряжений являются локально-эргодическими функциями координат.

5.3. Принцип локальности в механике волокнистых композитов

Исходная информация о структуре волокнистых микронеоднородных сред, как отмечалось в п. 5.2, может быть задана совокупностью моментных функций материальных тензорных или скалярных величин. Эти моментные функции строятся, как правило, тремя способами:

1) аналитическим методом путем математического описания реальных структур на основе аппарата обобщенных функций [31, 32];

2) с помощью численного моделирования структур на ЭВМ [18, 77, 78];

3) экспериментально путем исследования структуры реальных образцов [10, 18].

Обобщая исследования, проведенные в этой области [18, 78, 83], можно сказать, что моментные функции второго и высших порядков разупорядоченных сред являются локальными. На рис. 5.1 приведена типичная моментная функция второго порядка случайного однородного и изотропного поля. Такой же вид имеют и поля физических свойств модулей упругости. Анализ зависимостей моментных функций второго и более высоких порядков позволяет сделать два важных вывода. Первый вывод состоит в том, что моментные функции структурных свойств среды быстро затухают (т. е. локальны). Область затухания моментных функций соответствует области статистической зависимости поля. Размер области статистической зависимости примерно равен половине расстояния между включениями для матричных волокнистых композитов и характерному размеру зерен для статистических смесей. Второй важный вывод состоит в том, что

моментные функции физических свойств среды имеют область отрицательных значений (см. рис. 5.1), что свидетельствует о наличии периодических составляющих в этих случайных полях. Однако локальность моментных функций вовсе не означает, что для их построения можно рассматривать область статистической зависимости $\Theta(r)$ поля упругих свойств. Корректное построение моментных функций возможно только для области с характерным размером, во много раз превышающим размер области статистической зависимости и соответствующим размеру элементарного микрообъема $\Delta^I v$. Необходимо отметить, что свойство локальности моментных функций использовалось уже в первых работах по решению стохастических краевых задач механики композитов наряду с условием статистической однородности и квазиизотропности поля упругих свойств [10, 18, 78, 83] и др. При этом даже в корреляционном приближении используется гипотеза предельной локальности моментных функций поля $\Theta(r)$ [18], что вносит существенные погрешности в окончательные результаты. В монографии [91] показано, что использование этой гипотезы, равно как и других, ей аналогичных, соответствует предположению об однородности структурных напряжений и деформаций в пределах каждого структурного компонента. Таким образом, применение такого подхода к использованию свойства локальности моментных функций не давало каких-либо преимуществ в получении конечных результатов. Единственным выводом, сделанным на основе этого, был вывод о том, что в расположении структурных компонентов имеет место ближний порядок.

Развитие методов решения краевых задач теории упругости матричных микронеоднородных сред инициировало появление работ, конечной целью которых является максимально полное описание случайных полей структурных физических войств [18, 78]. Именно благодаря этим работам мы сейчас можем не предполагать, а утверждать, что локальность есть неотъемлимое свойство моментных функций этих случайных полей. Теперь, когда свойство локальности моментных функций для материалов с неупорядоченной структурой подтверждено многочисленными исследованиями, существует основание для его более широкого использования в механике неоднородных сред.

То же свойство локальности, но характеризующее взаимодействие элементов структуры, было отмечено в работах [3, 76, 78, 83]. На основе свойства локальности в матричных периодических композитах в работах [3, 78] были получены решения конкретных краевых задач, учитывающие все тонкие эффекты микромеханики, такие, как форма структурных компонентов, неоднородность полей деформирования в матрице и во включениях, инверсия свойств. Были решены [78] нелинейные краевые задачи микромеханики. Благодаря этим работам впервые сформулирован принцип локальности в механике структурно неоднородных тел [78]. Обобщая перечисленные выше научные результаты на макроскопически однородные (или квазимакроскопически

однородные, макроскопически анизотропные) композиты можно сформулировать принцип локальности [78], согласно которому в расположении и во взаимодействии структурных неоднородностей при деформировании имеет место ближний порядок.

Признаком ближнего порядка в расположении для волокнистых сред со случайной структурой является локальность моментных функций второго и более высоких порядков полей структурных физико-механических свойств. Ближний порядок во заимодействии означает, что на формирование полей деформирования в некоторой области, содержащей произвольно выделенное включение, решающее влияние оказывают лишь ближайшие к ней элементы структуры.

Установленные в п. 5.2 общие свойства микронеоднородных сред (5.37) и полученные на основе этих соотношений зависимости для моментных функций второго порядка полей деформирования (5.44), (5.54) свидетельствуют о наличии ближнего порядка во взаимодействии этих структур. Этот же результат распространяется и на модель микронеоднородной среды с учетом пористости (5.12). В микронеоднородной среде в расположении и во взаимодействии пористых структур имеет место ближний порядок.

Ниже приведены два новых метода решения краевых задач микромеханики волокнистых композитов, основанных на принципе локальности: метод локального приближения (п. 5.4) и метод периодических составляющих (п. 5.5). Конкретные результаты, полученные методом локального приближения и приведенные в следующих разделах книги, подтверждают наличие ближнего порядка во взаимодействии структурных элементов.

5.4. Метод локального приближения

При исследовании деформирования волокнистых композитов хорошим приближением являются модели сред с регулярной структурой. Предполагается, что в элементарном макрообъеме таких сред поля деформирования являются периодическими, т. е. для расчета структурных напряжений и деформаций и вычисления макромодулей можно рассматривать периодические задачи, принимая во внимание, что осредненные по ячейке периодичности напряжения должны быть равны заданным макроскопическим. В настоящее время разработаны эффективные методы решения периодических задач, используемые в механике волокнистых композитов.

В данном разделе рассматривается метод, основанный на принципе локальности и использующий эффект ближнего порядка во взаимодействии неоднородностей. Это обстоятельство является весьма важным, так как открывает широкие перспективы применения этого метода как для регулярных сред, так и для сред со случайной структурой, а также эффективное применение этого метода к структурам с нелинейными свойствами компонентов. Суть метода заключается в замене периодической задачи краевой задачей для области, содержащей конечное (причем,

достаточно малое) число включений. Решена задача по определению значений компонент тензора напряжений на границе в зависимости от заданных макронапряжений в ячейке периодичности [78].

Рассмотрим теперь периодическую задачу теории упругости для неоднородных сред матричного типа с регулярной структурой. Пусть a—вектор трансляции, смещением на который ячейки периодичности можно синтезировать структуру композита. Систему уравнений запишем в виде

$$\nabla\sigma^p(r) = 0, \quad \sigma^p(r) = C^p(r)\cdot\cdot\varepsilon^p(r), \quad \varepsilon^p = \operatorname{def} U^p, \tag{5.56}$$

где модули упругости $C^p(r)$ в физических уравнениях являются кусочно-однородными периодическими функциями; $\sigma^p(r)$, $\varepsilon^p(r)$, $U^p(r)$—искомые детерминированные периодические функции. Условия периодичности для искомых полей деформирования

$$U^p(r) = U^p(r + a), \quad \varepsilon^p(r) = \varepsilon^p(r + a), \quad \sigma^p(r) = \sigma^p(r + a) \tag{5.57}$$

и заданные макронапряжения σ^*_{ij}, т. е.

$$\frac{1}{v_1}\int\limits_{(v_1)} \sigma^p(r)\, dr = \sigma^*_{ij}, \tag{5.58}$$

позволяют выделить единственное решение системы (5.56). Определив напряжения и деформации во всех точках объема v_1 ячейки периодичности, соответствующие заданным макронапряжениям, можно вычислить макроскопические модули упругости среды.

Для отыскания решения краевой задачи (5.56) с граничными условиями (5.58) в типовой ячейке среды с регулярной структурой используется не идея периодичности искомых функций, а принцип локальности в механике микронеоднородных сред.

Пусть геометрический центр произвольного типового элемента v_1 совпадает с началом координат O_{x_i}. Окружим выделенный типовой элемент несколькими слоями аналогичных типовых элементов в соответствии со структурой рассматриваемой регулярной микронеоднородной среды и поместим полученный ансамбль v_Σ в неограниченное пространство Ω_1 (плоская схема с одним слоем гексагональной и тетрагональной структур изображена соответственно на рис. 5.2 и 5.3). Область Ω_1/v_Σ заполнена однородным материалом со свойствами матрицы, $v_\Sigma \cup v_1 = v_\Sigma$, $\Omega_1 \cup u_\Sigma = \Omega_1$.

Предположим, что мы знаем распределение напряжений на поверхности Γ_{v_1} типового элемента v_1 регулярной микронеоднородной среды, соответствующее данной структуре и свойствам структурных компонентов, а также заданным макронапряжениям

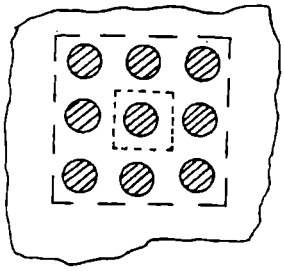


Рис. 5.2. Плоская схема с одним слоем для тетрагональной структуры

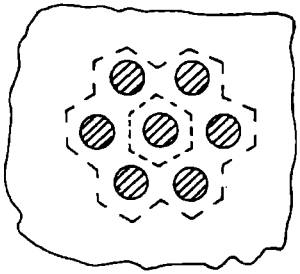


Рис. 5.3. Плоская схема с одиим слоем для гексагональной структуры

$\sigma^*_{ij} = p_{ij}$. Если «вырезать» центральный элемент v_1 области Ω_1 и по свободному внутреннему контуру приложить известные напряжения (т. е. считать v_1 генератором напряженно-деформированного состояния области Ω_1), то на достаточном удалении от ансамбля v_Σ в области Ω_1 возникает однородное напряженное состояние: $\sigma(r) = \hat{\sigma} = \text{const}$. Но тогда можно рассматривать и альтернативную задачу о генерировании упругого поля в центральном элементе v_1 области Ω_1 с помощью сложного, но однородного напряженного состояния, заданного на бесконечности области Ω.

Действительно, пусть для области Ω заданы на бесконечности напряжения

$$\hat{\sigma}_{ij} \qquad \Psi_{ij}. \tag{5.59}$$

В результате взаимодействия центрального включения с матрицей и со смежными включениями в области v_1 будут действовать неоднородно распределенные напряжения. Осредненные по v_1 напряжения, соответствующие заданным на бесконечности Ψ_{ij}, обозначим q_{ij}. Благодаря локальности взаимодействия включений можно предположить, что распределение напряжений и деформаций в центральной ячейке области v_1 пространства Ω_1 совпадает с распределением структурных переменных $\sigma^p(r)$, $\varepsilon^p(r)$ в типовом элементе регулярной структурно неоднородной среды при макронапряжениях $\sigma^* = q$. Другими словами, решение краевой задачи для области Ω_1 с граничными условиями (5.59) в центральной области v_1 адекватно решению системы уравнений (5.56) для типового элемента регулярной микронеоднородной среды с граничными условиями

$$\frac{1}{v_1}\int_{v_1}\sigma_{ij}^{p}(r)\,dv = q_{ij}. \tag{5.60}$$

Перейдем теперь к вопросу о том, можно ли подобрать такие $\hat{\sigma}_{ij}$, которые бы в элементе v_1 области Ω_1 генерировали распределение напряжений и деформаций такое же, как в ячейке периодичности переменные деформирования, удовлетворяющие заранее заданным макронапряжениям $\sigma_{ij}^{*} = p_{ij}$.

При идеальном упругом деформировании структурных компонентов справедлива линейная зависимость между заданными макронапряжениями p_{ij} и искомыми граничными условиями краевой задачи для области Ω_1

$$p_{ij} = A_{ijmn}\hat{\sigma}_{mn}. \tag{5.61}$$

Компоненты тензора A_{ijmn} определяются путем решения последовательности краевых задач для области Ω_1 (в общем случае несимметричных включений таких задач шесть), когда на бесконечности заданы одноосное растяжение и чистый сдвиг.

Так как компоненты тензора A_{ijmn} определяются однозначно и система уравнений (5.61) имеет единственное решение, то напряжения $\hat{\sigma}_{ij}$, найденные из (5.61), будут единственным образом генерировать детальные поля в центральном элементе v_1 пространства Ω_1, соответствующие заданным макронапряжениям p_{ij}.

Теперь осреднением по области v_1 можно найти компоненты тензора макродеформаций e_{ij}, соответствующие макронапряжениям p_{ij}, и вычислить значения компонентов тензора C_{ijmn}^{*}. В упругом случае эти значения не зависят от конкретного макроскопического напряженно-деформированного состояния среды. Поэтому для расчета макромодулей упругое поле в области v_1 можно генерировать произвольно заданными на бесконечности пространства напряжениями $\hat{\sigma}_{ij} = \Psi_{ij}$.

Осредненные по v_1 напряжения

$$\left|\sigma^{p}(r)\right|_{v_1} \qquad p_{ij} \tag{5.62}$$

и деформации

$$\left|\sigma^{p}(r)\right|_{v_1} = e_{ij} \tag{5.63}$$

однозначно определяют значения макромодулей посредством равенства

$$p_{ij} \qquad C^{*}_{ijmn} e_{mn}. \tag{5.64}$$

Рассмотрим вопрос о минимальном числе окружающих центральный элемент v_1 области Ω_1 слоев типовых элементов, необходимом для получения достоверного результата решения краевой задачи (5.56) с граничными условиями (5.58) о деформировании бесконечной регулярной микронеоднородной среды. Согласно данным работы [78], можно сделать вывод о том, что достаточно ограничиться одним окружающим слоем. Для проверки этого утверждения был проведен численный эксперимент. Одно и то же решение краевой задачи (5.56) с граничными условиями (5.58) получено в центральном элементе v_1 области Ω_1 с одним и двумя окружающими слоями типовых элементов. Естественно, граничные условия краевой задачи Неймана для области Ω_1 различны для разного числа окружающих слоев. Другими словами, значения компонентов тензора A_{ijmn} в равенстве (5.61) зависят от выбранного числа окружающих элемент v_1 слоев типовых элементов.

Варьирование в процессе численного эксперимента в широком диапазоне упругих свойств и относительной объемной концентрации структурных компонентов позволяет сделать однозначный вывод: задачу о деформировании неограниченного структурно-неоднородного пространства можно свести к задаче о деформировании неограниченного пространства, в центре которого находится конечное (причем, достаточно малое) число типовых элементов.

Для реализации краевых задач Неймана для области Ω_1 не всегда удается пользоваться аналитическими методами. С точки зрения удобства применения численных методов область Ω_1 можно ограничить поверхностью Γ_{Ω_1}, на которой задается однородное распределение напряжений

$$\sigma^{p}_{ij}(r)\Big|_{\Gamma_{\Omega_1}} = \hat{\sigma}_{ij},$$

где $\hat{\sigma}_{ij}$ определяется из (5.61).

Для того чтобы исключить влияние границы Γ_{Ω_1} на упругое поле в центральной области v_1, граница Γ_{Ω_1} должна быть удалена от ансамбля v_Σ на расстояние трех-четырех характерных размеров ансамбля v_Σ. Численные результаты по этому методу приведены в гл. 6.

5.5. Метод периодических составляющих

Рассмотрим стохастическую краевую задачу теории упругости микронеоднородных сред со статистически неоднородной структурой [78]. Будем считать, что геометрическая форма и свойства структурных компонентов детерминированы и заданы. Как было отмечено выше, краевая задача в отсутствии объемных сил состоит из замкнутой системы уравнений

$$\nabla \cdot \sigma = 0, \quad \varepsilon \quad \text{def } U, \quad \sigma = \Theta \cdot\cdot \varepsilon \tag{5.65}$$

с другими условиями

$$\frac{1}{d^l v} \int\limits_{d^l v} \varepsilon_{ij}\, dv = \varepsilon^*_{ij}, \tag{5.66}$$

которым, как известно, эквивалентны условия на поверхности тела

$$U_i \Big|_\Gamma = \varepsilon^*_{ij} x_j \tag{5.67}$$

при макроскопически однородном напряженном состоянии. В формулах (5.66) и (5.67) ε^*_{ij}—заданное однородное поле макроскопических деформаций.

Идея предполагаемого здесь метода решения краевой задачи (5.65) и (5.66) заключается в использовании в качестве основы решения аналогичной задачи для сред с регулярной микроструктурой

$$\nabla \cdot \sigma^p = 0, \quad \varepsilon^p = \text{def } U^p, \quad \sigma^p = C^p \cdot\cdot \varepsilon^p, \tag{5.68}$$

$$\frac{1}{d^l v} \int\limits_{d^l v} \varepsilon^p_{ij}\, dv = \varepsilon^*_{ij}, \tag{5.69}$$

где U^p, ε^p, σ^p—детерминированные периодические функции структурных перемещений, деформаций и напряжений, соответственно; C^p—тензор модулей упругости среды с регулярной структурой.

Так как детерминированное решение краевой задачи (5.68) и (5.69) может быть записано только для одной реализации микронеоднородного тела с регулярной структурой, в дальнейшем при решении стохастической краевой задачи (5.65) и (5.66) используется вместо оператора статистического осреднения по ансамблю реализаций оператор объемного осреднения, что возможно при выполнении теорем эргодичности.

Сравнивая (5.66) и (5.69), отметим, что

$$|\, \varepsilon_{ij}(r)\,| = |\, \varepsilon^p_{ij}(r)\,|, \tag{5.70}$$

и, следовательно,

$$| U_i(r) | \qquad | U_i^p(r) | \qquad \varepsilon_{ij}^* x_j, \tag{5.71}$$

т. е. макроскопическое деформированное состояние сред со статистически однородной и регулярной структурой одинаково.

Предположнм, что решение краевой задачи (5.68) и (5.69) нам известно [61, 78]:

$$\varepsilon_{ij}^p(r) = N_{ijpq}^p(r)\varepsilon_{pq}^*, \tag{5.72}$$

$$\sigma_{ij}^p \qquad C_{ijmn}^{*p}\varepsilon_{mn}^*, \tag{5.73}$$

$$C_{ijmn}^{*p} \qquad | C_{ijmn}^p(r) | + | C_{ijkl}^p(r) N_{klmn}^p(r) | \tag{5.74}$$

Здесь $N_{ijpq}^p(r)$—периодические функции.

Условие, с помощью которого статистически однородой среде с внутренней структурой ставится в соответствие регулярная, выберем в виде

$$| \Theta_{ijmn}(r) | = | C_{ijmn}^p(r) |, \tag{5.75}$$

причем очевидно, что условие (5.75) не является взаимно однозначным.

Разложим случайное поле структурных модулей упругости следующим образом:

$$\Theta_{ijmn}(r) \qquad C_{ijmn}^p(r) + \mathring{\Theta}_{ijmn}(r), \tag{5.76}$$

где $\mathring{\Theta}_{ijmn}(r)$—случайная пульсационная составляющая поля $\Theta_{ijmn}(r)$. Тогда, в силу (5.75),

$$\langle \mathring{\Theta}_{ijmn}(r) \rangle \qquad 0. \tag{5.77}$$

По аналогии с (5.76) разложим и случайные поля структурных переменных деформирования,

$$\sigma_{ij}(r) = \sigma_{ij}^p(r) + \mathring{\sigma}_{ij}(r),$$

$$\varepsilon_{ij}(r) \qquad \varepsilon_{ij}^p(r) + \mathring{\varepsilon}_{ij}(r), \tag{5.78}$$

где $\sigma_{ij}^p(r)$, $\varepsilon_{ij}^p(r)$, $U_i^p(r)$—известные функции, удовлетворяющие краевой задаче (5.68), (5.69); $\mathring{\sigma}_{ij}(r)$, $\mathring{\varepsilon}_{ij}(r)$, $\mathring{U}_i(r)$—искомые пульсационные составляющие случайных полей структурных переменных деформирования. Эти искомые случайные поля должны удовлетворять замкнутой системе уравнений, полученной из (5.78), (5.68), (5.65),

$$\mathring{\sigma}_{ij,j} = 0, \qquad \mathring{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2}\left(\mathring{U}_{i,j} + \mathring{U}_{j,i}\right),$$

$$\mathring{\sigma}_{ij} = C^{p}_{ijmn}\mathring{\varepsilon}_{mn} + \mathring{\Theta}_{ijmn}\varepsilon^{p}_{mn} + \mathring{\Theta}_{ijmn}\mathring{\varepsilon}_{mn} - \langle\mathring{\Theta}_{ijmn}\mathring{\varepsilon}_{mn}\rangle, \tag{5.79}$$

и граничным условиям, вытекающим из (5.78), (5.69), (5.66),

$$|\mathring{U}_i(r)| = 0, \quad |\mathring{\varepsilon}_{ij}(r)| = 0. \tag{5.80}$$

Таким образом, получена стохастическая краевая задача (5.79), (5.80), эквивалентная первоначальной краевой задаче (5.65), (5.66). Для решения этой задачи в перемещениях подставим геометрические уравнения системы (5.80) в физические, а физические—в уравнения равновесия. В итоге будем иметь

$$[C^{p}_{ijmn}(r)\mathring{U}_{mn}(r)]_{,j} = -[\mathring{\Theta}_{ijmn}\varepsilon^{p}_{mn} + \mathring{\Theta}_{ijmn}\mathring{\varepsilon}_{mn} - \langle\mathring{\Theta}_{ijmn}\mathring{\varepsilon}_{mn}\rangle]_{,j}. \tag{5.81}$$

Воспользуемся функцией Грина основных уравнений теории упругости сред с регулярной структурой в перемещениях, которая удовлетворяет уравнению

$$[C^{p}_{ijmn}(r)G^{p}_{ml,n}(r, r')]_{,j} \qquad -\delta(r - r')\delta_{il} \tag{5.82}$$

и обращается в нуль вместе со своими производными при $|r - r'| \to \infty$. Функция Грина $G^{p}_{ij}(r, r')$ имеет смысл перемещений в регулярной среде, возникающих при действии единичной сосредоточенной объемной силы.

Трактуя правую часть уравнений Ляме (5.81) как фиктивные объемные силы, записываем

$$\mathring{U}_i(r) \qquad \int_v G^{p}_{i\varphi}(r, r')\Pi_{\varphi k,k}\,dv',$$

$$\Pi_{\varphi k} = \mathring{\Theta}_{\varphi kpq}\varepsilon^{p}_{pq} + \mathring{\Theta}_{\varphi kpq}\mathring{U}_{pq} - \langle\mathring{\Theta}_{\varphi kpq}\mathring{U}_{p,q}\rangle \tag{5.83}$$

или

$$\mathring{U}_{i,j}(r) = \int_v G^{p}_{i\varphi,j}(r, r')\Pi'_{\varphi k,k}\,dv' \tag{5.84}$$

Рассмотрим решение интегро-дифференциальных уравнений методом последовательных приближений.

Согласно методу последовательных приближений для первого приближения искомых функций $\mathring{U}_{i,j}(r)$

$$\mathring{U}^{(1)}_{i,j}(r) = \int_v G^{p}_{i\varphi,j}(r, r')[\mathring{\Theta}_{\varphi kpq}(r')\varepsilon^{p}_{pq}(r')]_{,k}\,dv' \tag{5.85}$$

Принимая во внимание (5.72), получаем

$$\mathring{U}^{(1)}_{i,j}(r) = \left\{\int_v G^{p}_{i\varphi,j}(r, r')[\mathring{\Theta}_{\varphi kmn}(r')N^{p}_{mn\alpha\beta}(r')]_{,k}\,dv'\right\}\varepsilon^{*}_{\alpha\beta}. \tag{5.86}$$

Введем обозначение

$$M^{(1)}_{ij\alpha\beta}(r) = \int_v G^{\,p}_{i\varphi,j}(r, r')[\mathring{\Theta}_{\varphi kpq}(r')N^{p}_{pq\alpha\beta}(r')]_{,k}\,dv'. \qquad (5.87)$$

Тогда

$$\mathring{U}^{(1)}_{i,j}(r) \quad M^{(1)}_{ij\alpha\beta}\varepsilon^{*}_{\alpha\beta}. \qquad (5.88)$$

Запишем второе приближение уравнений (5.84):

$$\mathring{U}^{(2)}_{i,j}(r) = \int_v G^{\,p}_{i\varphi,j}(r, r')[\mathring{\Theta}_{\varphi kpq}(r')\varepsilon^{p}_{pq}(r') +$$

$$+ \mathring{\Theta}_{\varphi kpq}(r')\mathring{u}^{(1)}_{p,q}(r')]_{,k}\,dv'. \qquad (5.89)$$

С учетом введенных выше обозначений (5.87) и (5.88) уравнение (5.89) можно представить в виде

$$\mathring{U}^{(2)}_{i,j}(r) = \mathring{U}^{(1)}_{i,j}(r) + \left\{\int_v G^{\,p}_{i\varphi,j}(r, r') \times\right.$$

$$\left. \times\, [\mathring{\Theta}_{\varphi kpq}(r')M^{(1)}_{pq\alpha\beta}(r')]_{,k}\,dv'\right\}\varepsilon^{*}_{\alpha\beta}. \qquad (5.90)$$

Если теперь принять, что

$$M^{(2)}_{ijmn}(r) = \int_v G^{\,p}_{i\varphi,j}(r, r')[\mathring{\Theta}_{\varphi kpq}(r')M^{(1)}_{pqmn}(r')]_{,k}\,dv', \qquad (5.91)$$

то

$$\mathring{U}^{(2)}_{i,j}(r) = \mathring{U}^{(1)}_{i,j}(r) + M^{(2)}_{ij\alpha\beta}\,\varepsilon^{*}_{\alpha\beta} = [M^{(1)}_{ij\alpha\beta}(r) + M^{(2)}_{ij\alpha\beta}(r)]\varepsilon^{*}_{\alpha\beta}. \qquad (5.92)$$

Продолжая процесс последовательных приближений, окончательное решение уравнения (5.84) получаем в виде равенств

$$\mathring{U}_{i,j}(r) = \sum_{\delta=1}^{\infty} M^{(\delta)}_{ij\alpha\beta}(r)\varepsilon^{*}_{\alpha\beta} = M_{ij\alpha\beta}(r)\varepsilon^{*}_{\alpha\beta},$$

$$M^{(1)}_{ijkl}(r) = \int_v G^{\,p}_{i\varphi,j}(r, r')[\mathring{\Theta}_{\varphi spq}(r')N^{p}_{pqkl}(r')]_{,s}\,dv',$$

$$M^{(\delta)}_{ijkl}(r) \quad \int_v G^{p}_{i\varphi,j}(r, r')[\mathring{\Theta}_{\varphi spq}(r')M^{(\delta-1)}_{pqkl}(r)]_{,s}\,dv'$$

$$(\delta = 2, 3, 4, \ldots). \qquad (5.93)$$

Получим теперь формулы для расчета макроскопических модулей упругости статистически однородных сред на основе решения стохастической краевой задачи (5.65), (5.66).

Осредняя физические уравнения системы (5.65) по элементарному макрообъему неограниченного пространства,

$$|\sigma_{ij}(r)| = |[C^{p}_{ijmn}(r) + \mathring{\Theta}_{ijmn}(r)][\varepsilon^{p}_{mn}(r) + \mathring{\varepsilon}_{mn}(r)]| =$$

$$|C^{p}_{ijmn}(r)\varepsilon^{p}_{mn}(r)| + |\mathring{\Theta}_{ijmn}(r)\varepsilon^{p}_{mn}(r)| + |\Theta_{ijmn}(r)\mathring{\varepsilon}_{mn}(r)| \quad (5.94)$$

По определению макроскопической модели микронеоднородной среды

$$|C^{p}_{ijmn}(r)\varepsilon^{p}_{mn}(r)| = C^{*p}_{ijmn}\varepsilon^{*}_{mn}, \quad (5.95)$$

$$|\sigma_{ij}(r)| = C^{*}_{ijmn}\varepsilon^{*}_{mn}. \quad (5.96)$$

Итак

$$C^{*}_{ijmn} = C^{*p}_{ijmn} + |\mathring{\Theta}_{ijpq}(r)N^{p}_{pqmn}(r)| + |\mathring{\Theta}_{ijpq}(r)M_{pqmn}| \quad (5.97)$$

Предлагаемый метод решения стохастической краевой задачи позволяет естественным образом учесть реальную геометрическую форму и условие связанности структурных компонентов микронеоднородной среды, а также неоднородное распределение напряжений и деформаций в матрице и включениях. Это стало возможным благодаря тому, что в качестве первого приближения микронеоднородной среды со статистически однородной структурой используется не однородная среда с осредненными свойствами, а микронеоднородная среда с регулярной структурой. Решение краевой задачи (5.68), (5.69) для среды с регулярной структурой и вид функции Грина для такой же среды, на основе которых получено решение стохастической краевой задачи (5.65), (5.66), непосредственно зависят от всех названных выше тонких эффектов микромеханики.

5.6. Оценка влияния дискретного и распределенного разбросов упругих свойств компонентов

При производстве углерод-углеродных композитов получение армирующих элементов и самих армированных систем обычно осуществляется в виде двух раздельных операций. Нестабильность технологического процесса в операции получения углеродных волокон обусловливает разброс их механических свойств, который на финишной операции получения армированной системы «распределяется» в углеродной матрице. Нестабильность технологического процесса на «финишной» операции вызывает разброс механических свойств от изделия к изделию как у углеродных волокон и углеродной матрицы, так и у армированной системы в целом. Первый вид разброса назовем «распределенным», второй—«дискретным». В соответствии с технологией изготовления композита эти разбросы являются статистически независимыми.

Рассмотрим сначала случай «распределенного» разброса, т. е. будем считать, что армированная система состоит из двух компонентов, а структура композита простая. Расположение армирующего структурного элемента в матрице равновероятно и характерный размер структурного элемента существенно мал по сравнению с характерными элементами конструкции, так что при описании структуры методом индикаторных функций $\lambda(r)$ образует локально-эргодическое поле. Рассмотрим случай, когда разброс свойств углеродной матрицы, возникающий из-за неизбежного технологического шума на «финишной» операции формирования композита не учитывается, поэтому можно предполагать свойства матрицы детерминированными. Свойства армирующего элемента случайны, причем их случайность определяется следующей схемой: отдельный элемент выбирается из генеральной совокупности, характеризующейся моментами $C_1 = \langle\Theta_1\rangle$, $M^{(k)}_{\Theta_1} = \langle(\mathring{\Theta}_1)^k\rangle$ ($k = 2, 3, \ldots$), и размещается равновероятно в углеродной матрице. Армирующие структурные элементы для каждого элемента конструкции набраны из одной и той же генеральной совокупности. Моментные функции поля $\Theta_1(r)$ можно определить следующим образом:

$$K^{(k)}_{\Theta_1}(r_1, r_2, \ldots, r_k) = \begin{cases} \equiv M^{(k)}_{\Theta_1}, & r_m < d, \ r_m = \max |r_i - r_j|, \\ \equiv 0, & r_m \geq d, \ d \leq D, \ k = 2, 3, \end{cases} \tag{5.98}$$

Тогда модель микронеоднородной среды, учитывающая распределенный разброс упругих свойств армирующих элементов, задается следующей зависимостью:

$$\Theta(r) = \Theta_1(r)\lambda(r) + C_2[1 - \lambda(r)]. \tag{5.99}$$

Модель (5.99) является локально-эргодической, поскольку поля $\Theta_1(r)$ и $\lambda(r)$ локально-эргодичны. При этом поля $\Theta_1(r)$ и $\lambda(r)$—собственные, т. е. отсутствует взаимная корреляция между полями, а характеристики этих полей заданы уравнениями (5.98) и (5.26).

Найдем моментные функции поля (5.99). Для моментной функции первого порядка

$$C = C_1 p + C_2(1 - p). \tag{5.100}$$

Из (5.99) и (5.100)

$$\mathring{\Theta}(r) = \mathring{\Theta}_1(r)p + [C_1 - C_2 + \mathring{\Theta}_1(r)]\mathring{\lambda}(r).$$

Отсюда стандартным путем получаем

$$K_{\Theta}^{(k)}(r_1, r_2, \ldots, r_k) = \sum_{s=0}^{k} \sum_{m=0}^{s} C_k^s C_s^m p^{k-s} (C_1 - C_2)^m \times$$

$$\times K_{\Theta_1}^{(k-m)}(r_1, r_2, \ldots, r_{k-m}) K_{\lambda}^{(s)}(r_1, r_2, \ldots, r_s). \quad (5.101)$$

Из выражения (5.101) находим моментную функцию второго порядка

$$K_{\Theta}^{(2)}(r_1, r_2) = p^2 K_{\Theta_1}^{(2)}(r_1, r_2) + [K_{\Theta_1}^{(2)}(r_1, r_2) +$$

$$+ (C_1 - C_2)^2] K_{\lambda}^{(2)}(r_1, r_2). \quad (5.102)$$

Вид функции (5.102) для изотропного случая приведен на рис. 5.4.

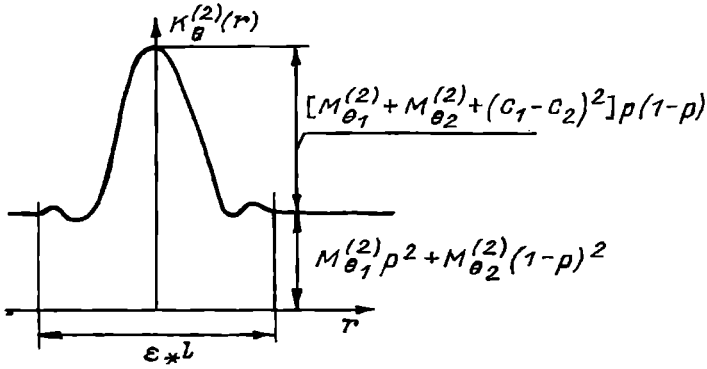


Рис. 5.4.Моментная функция второго порядка поля упругих свойств в случае непрерывного распределения упругих свойств волокон

Учет естественного («дискретного» и «распределенного») разброса компонентов композита рассмотрим на примере вычисления статистических характеристик модуля сдвига. Будем предполагать, что случайный модуль сдвига i-го компонента μ_i распределен по нормальному закону, для которого моменты произвольного порядка

$$M_{\mu_i}^{j} = \begin{cases} 0, & j\text{—нечетное}, \\ (j-1)!! S_{\mu_i}^{j}, & j\text{—четное}, \end{cases} \quad (5.103)$$

где S_{μ_i}—среднеквадратическое отклонение величины μ_i.

Для вычисления эффективных модулей упругости по формуле (5.42) выпишем функционал (5.39) не в первом приближении, а с учетом конечных дисперсий физических свойств среды:

$$\frac{\partial \rho_{ikl}}{\partial x_j} = J_{ij\alpha_1\beta_1} \overset{\circ}{\Theta}_{\alpha_1\beta_1 kl} + J_{ij\alpha_1\beta_1} J_{\varphi_1\psi_1\alpha_2\beta_2} \overset{\circ}{\Theta}_{\alpha_1\beta_1\varphi_1\psi_1} \overset{\circ}{\Theta}_{\alpha_2\beta_2 kl} +$$

$$+ J_{ij\alpha_1\beta_1} \dots J_{\psi_{k-1}\psi_{k-1}\alpha_s\beta_s} \overset{\circ}{\Theta}_{\alpha_1\beta_1\varphi_1\psi_1} \overset{\circ}{\Theta}_{\alpha_s\beta_s kl} + \qquad (5.104)$$

Подставляя (5.104) в (5.42) с учетом (5.100) и (5.101), получаем расчетную формулу для макроскопического модуля сдвига:

$$G^* = G + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{s=0}^{k+1} \sum_{m=0}^{s} C_{k+1}^{s} C_s^m \left[-\frac{2(4-5n)}{15(1-n)G} \right]^k [p^{k-s+2}(1-p)^s +$$

$$+ (-1)^s p^{k+1}(1-p)] (G_1 - G_2)^m M_{\mu_2}^{k+1-m} \qquad (5.105)$$

Зависимости макромодуля сдвига, рассчитанные по формуле (5.105), от концентрации волокон и степени разброса упругих свойств приведены на рис. 5.5. Как видно из рис. 5.5, «распределенный» разброс вызывает существенное снижение макромодуля

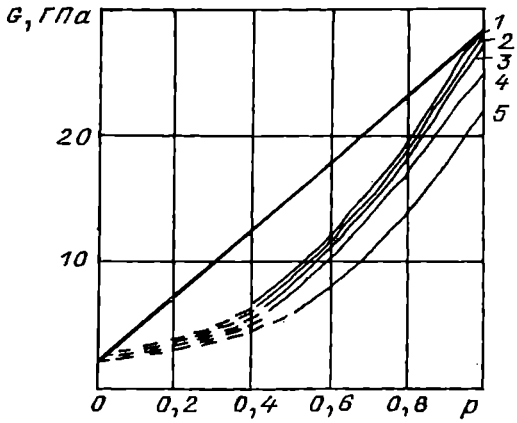


Рис. 5.5. Зависимость макромодуля сдвига от объемной концентрации в случае распределенного разброса упругих свойств волокон: *1*—отсутствие разброса упругих свойств волокон: *2*, *3*, *4* и *5*—коэффициент вариации модуля сдвига углеродных волокон 10, 20, 30 и 40 % соответственно

сдвига: например для $p = 0{,}65$ уменьшение макромодуля сдвига при увеличении концентрации волокон (10, 20, 30 и 40 %) составляет 0,59, 7,04, 12,28 и 37,7 %, соответственно.

При малых значениях коэффициента вариации модуля сдвига углеродных волокон $K^{v}_{G_2} < 10\ \%$ величина поправки несущественна (0,59 %). Однако уже при коэффициенте вариаций $K^{v}_{G_2} = 40\%$ она значительна и достигает 33,7 %. Наличие поправки при $p = 1$ (хотя композита в прямом смысле уже не существует) объясняется тем, что при максимальной укладке армирующие элементы «различимы» вследствие разброса их свойств.

Перейдем теперь к учету «финишного» разброса упругих свойств компонентов. Для этого введем понятие квазилокально-эргодического случайного поля. Случайное поле $\Theta(r)$ назовем квазилокально-эргодическим, если поле $\Theta(r)$ локально-статистически однородно и моментные функции произвольного порядка K определены следующим образом:

$$K^{(k)}_{\Theta}(r_1, r_2, \ldots, r_k) \quad \langle \mathring{\Theta}(r_1)\mathring{\Theta}(r_2) \quad \mathring{\Theta}(r_k)\rangle = \begin{cases} \not\equiv 0, & r_m < D, \\ \equiv M^{(k)}_{\Theta} = \text{const}, & r_m \geq D, \end{cases} \tag{5.106}$$

$r_m = \max |r_i - r_j|$, $k = 2, 3, 4$ $\overline{i, j} = \overline{1, k}$, D—характерный размер области $V^* \in V$.

Рассмотрим теперь стохастическую модель композита, учитывающую «дискретный» разброс упругих свойств компонентов:

$$\Theta(r) \quad \Theta_1\lambda(r) + \Theta_2[1 - \lambda(r)]. \tag{5.107}$$

Случайные поля $\Theta_1, \Theta_2, \lambda(r)$, входящие в модель (5.107), в соответствии с технологией изготовления композита являются собственными, причем поле $\lambda(r)$ локально-эргодично, Θ_1 и Θ_2—вырожденные, тогда поле $\Theta(r)$—квазилокально-эргодическое, т. е. оно локально-статистически однородно и обладает свойством (5.106).

Для моментной функции первого порядка из (5.107)

$$C = C_1 p + C_2(1 - p), \tag{5.108}$$

где $C = \langle\Theta(r)\rangle$, $C_k = \langle\Theta_k\rangle$, $p = \langle\lambda(r)\rangle$ $(k = 1, 2)$.

На основании (5.107) и (5.108) моментная функция второго порядка поля $\Theta(r)$ описывается следующим выражением:

$$K^{(2)}_{\Theta}(r_1, r_2) \equiv \langle\mathring{\Theta}(r_1)\mathring{\Theta}(r_2)\rangle = M^{(2)}_{\Theta_1} p^2 + M^{(2)}_{\Theta_2}(1 - p)^2 + (M^{(2)}_{\Theta_1} + M^{(2)}_{\Theta_2})K_{\lambda}(r_1, r_2) + (C_1 - C_2)^2 K_{\lambda}(r_1, r_2), \tag{5.109}$$

где $M^{(2)}_{\Theta_1}$, $M^{(2)}_{\Theta_2}$—центральные моменты второго порядка случайных величин Θ_1 и Θ_2 соответственно. Вид этой функции приведен на рис. 5.6.

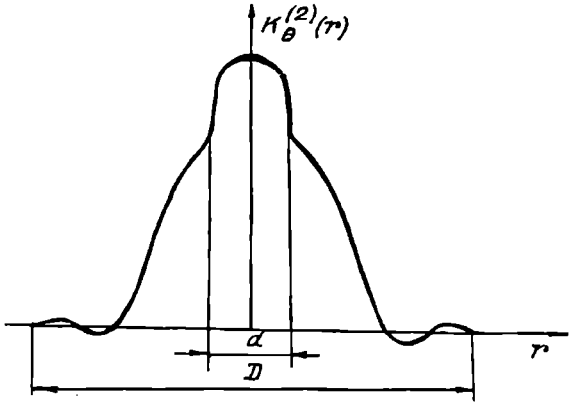


Рис. 5.6. Моментная функция второго порядка поля упругих свойств в случае дискретного распределения упругих свойств волокон

Аналогичным образом вычисляется моментная функция поля $\Theta(r)$ произвольного порядка:

$$K^{(k)}_{\Theta}(r_1, r_2, \ldots, r_k) = \sum_{s=0}^{k} \sum_{r=0}^{k-s} \sum_{m=0}^{s} \sum_{l=0}^{s-m} \sum_{n=0}^{m} (-1)^m C^s_k \times$$

$$\times C^r_{k-s} C^m_s C^l_{s-m} C^n_m p^{k-s-r} (1-p)^r C^{s-m-l}_1 C^{m-n}_2 M^{(k-s-r+l)}_{\Theta_1} \times$$

$$\times M^{(r+n)}_{\Theta_2} K^{(2)}_{\lambda}(r_1, r_2, \ldots, r_s). \quad (5.110)$$

Таким образом, в случае «дискретного» разброса для поля $\Theta(r)$ имеем квазилокально-эргодическую модель (5.107), заданную моментными функциями (5.110), где макроскопические модули упругости—случайные величины. Для их определения необходимо знать математическое ожидание макромодуля и среднеквадратическое отклонение макромодуля. Подставляя (5.104) в (5.42), с учетом (5.108) и (5.110) окончательно получаем следующую формулу для математического ожидания макромодуля сдвига:

$$G^* = G + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{s=0}^{k+1} \sum_{r=0}^{k-s+1} \sum_{m=0}^{s} \sum_{l=0}^{s-m} \sum_{n=0}^{m} (-1)^m C^s_{k+1} C^r_{k-s+1} \times$$

$$\times C^m_s C^l_{s-m} C^n_m \left[-\frac{2(4-5n)}{15(1-n)G} \right]^k [p^{k-s-r+2}(1-p)^{r+s} +$$

$$+ (-1)^s p^{k-r+1}(1-p)^{r+1}]G_1^{s-m-l}G_2^{m-n}M_{\mu_1}^{(k-1-s-r+l)}M_{\mu_2}^{(r+m)}. \quad (5.111)$$

Зависимость макромодуля сдвига от концентрации волокон при $K_{G_1}^{v} = 30\ \%$ приведены на рис. 5.7. При $K_{G_2}^{v}$, равном 10, 20 и 30 %, изменение макромодуля равно 0,21, 0,33 и 0,49 % соответственно.

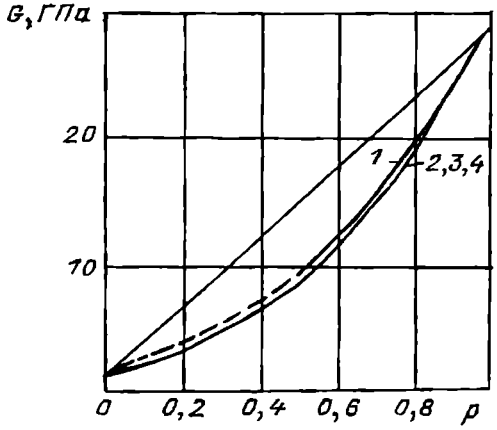


Рис. 5.7. Зависимость макромодуля сдвига от объемной концентрации в случае дискретного разброса упругих свойств компонентов: *1*—разброс упругих свойств волокон отсутствует; *2*, *3* и *4*—коэффициент вариации модуля сдвига волокон 10, 20 и 30 %, соответственно

Как видно из рис. 5.7, «дискретный» разброс практически не влияет на математическое ожидание макромодуля сдвига. Так, при максимальных коэффициентах вариации $K_{G_1}^{v} = K_{G_2}^{v} = 30\ \%$ снижение макромодуля имеет порядок 0,5 %, что не превышает погрешности приближения.

Вычислим теперь дисперсию макромодуля сдвига. Из (5.110) нетрудно выделить вырожденную составляющую

$$K_{\Theta_1}^{(k)} \sum_{r=0}^{k} C_k^r p^{k-r}(1-p)^r M_{\Theta_1}^{(k-r)}M_{\Theta_2}^{(k)}. \quad (5.112)$$

По выражению (5.112) рассчитана зависимость среднеквадратического отклонения макромодуля от концентрации, изображенная на рис. 5.8. Семейство кривых приведено в зависимости от параметра

$$K \quad \frac{S_{G_2}}{S_{G_1}} = \frac{K^v_{G_2} G_2}{K^v_{G_1} G_1}$$

($0 \le K \le 1$). Если $K > 1$, то следует поменять индексы у волокон и матрицы; в этом случае кривая имеет характерный минимум (штриховая линия).

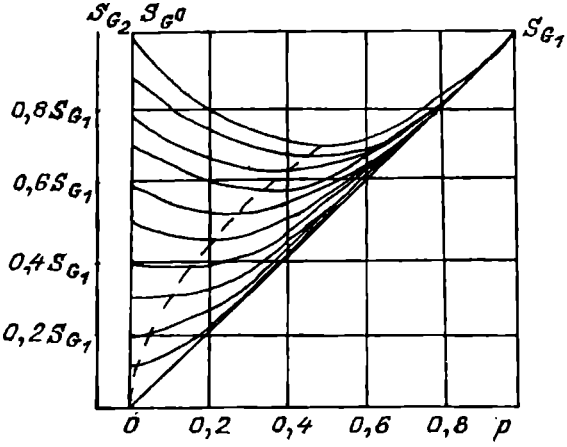


Рис. 5.8. Зависимость среднеквадратического отклонения макромодуля от объемной концентрации волокон в зависимости от коэффициента вариации модуля сдвига волокон

Таким образом, «дискретный» разброс практически не влияет на математическое ожидание макромодуля и определяет дисперсию макромодуля, в то время, как «распределенный» разброс не влияет на разброс макромодуля, но оказывает существенное влияние на величину макромодуля.

5.7. Закритическое деформирование и разрушение углерод-углеродных композитов

Макроскопическому разрушению элементов конструкций из углерод-углеродных композитов предшествует сложный процесс потери несущей способности отдельных структурных элементов. Каждый акт структурного разрушения сопровождается перераспределением структурных напряжений, приводящим либо к продолжению, либо к прекращению разрушения при данном уровне внешней нагрузки. Следствием указанного процесса является наличие нелинейного характера зависимости между макронапряжениями и макродеформациями, называемого в лите-

ратуре участком «псевдопластического деформирования», который имеет место даже в случае упруго-хрупкого разрушения элементов структуры. Построение структурно-феноменологических моделей неупругого деформирования и разрушения с учетом указанного процесса выдвигает в качестве основных вопросы обоснованного выбора критериев прочности элементов структуры и математического моделирования деформационных и прочностных свойств в процессе нагружения [78]. С учетом сказанного важным этапом является разработка методов решения краевых задач механики разрушения на структурном и макроскопическом уровнях, представленная соответственно системами уравнений (5.2) и (5.4). На основе сформулированных выше краевых задач расчет элементов конструкций из углерод-углеродных материалов с учетом равновесной диаграммы деформирования с ниспадающей ветвью позволяет проводить оценку живучести разрабатываемых проектов, учитывающую в полном объеме существующие резервы прочности неоднородных материалов [15, 16, 17].

Наиболее наглядным примером, иллюстрирующим возникновение ниспадающей ветви диаграммы вследствие структурного разрушения, как было показано, является деформирование пучка волокон, обладающих разбросом прочностных свойств. Показательно в этом примере и влияние на кинетику разрушения податливости Q нагружающего устройства, которое будем моделировать с помощью пружины, последовательно соединенной с пучком волокон.

Очевидно, перемещение конца пружины U_0 связано уравнением

$$U = U_0 - QP$$

(P—сила, возникающая в пружине) с удлинением пучка волокон U. Будем полагать, что все волокна имеют одинаковую длину l, площадь поперечного сечения (F—суммарная площадь) и модуль упругости E. Пусть случайные прочностные константы волокон ε_b, представляющие собой предельные деформации, распределены по равномерному закону с плотностью вероятности

$$f(\varepsilon_b) = \begin{cases} 0, & \varepsilon_b < \varepsilon', \\ \dfrac{1}{\varepsilon'' - \varepsilon'}, & \varepsilon' \le \varepsilon_b \le \varepsilon'', \\ 0, & \varepsilon_b > \varepsilon''. \end{cases}$$

Макроскопическое напряжение для пучка в процессе деформации от ε' до ε'' находится по формуле

$$\sigma^* = E\left(1 - \frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\varepsilon'' - \varepsilon'}\right)\varepsilon.$$

После очевидных преобразований получим квадратное уравнение относительно искомой величины ε,

$$k\varepsilon^2 - (k\varepsilon'' + \varepsilon'' - \varepsilon')\varepsilon + \varepsilon_0(\varepsilon'' - \varepsilon') \quad 0,$$

где относительная податливость $k = \frac{QEF}{l}$, параметр процесса нагружения $\varepsilon_0 = \frac{U_0}{l}$.

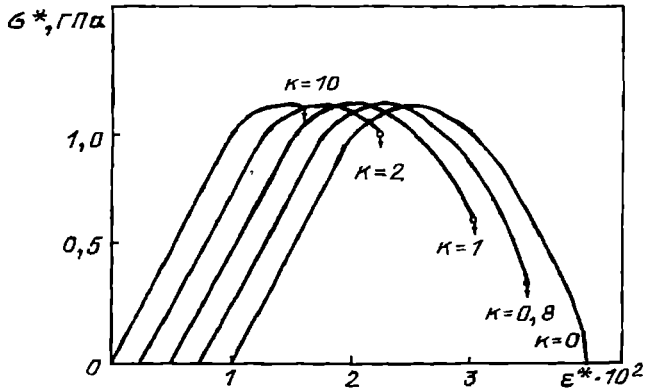


Рис. 5.9. Расчетные равновесные диаграммы пучка углеродных волокон при различных уровнях относительной податливости нагружающего устройства

Последние формулы позволяют построить диаграммы деформирования пучка при различной податливости нагружения. Приведенные на рис. 5.9 диаграммы рассчитаны для $\varepsilon'' = 0{,}03$, $\varepsilon' = 0{,}01$, $E = 100$ ГПа. Обрывы на диаграммах связаны с полным разрушением всех волокон в пучке. Наблюдаемый эффект увеличения предельной деформации с уменьшением податливости нагружения согласуется с известными экспериментальными данными [67].

ГЛАВА 6

МЕХАНИКА УГЛЕРОДНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

6.1. Методологические проблемы математического моделирования в механике углеродных композитов

Одним из этапов комплексной программы по изучению и совершенствованию передовых технологий новых поколений композиционных материалов, в частности углеродных композитов, является разработка аналитических моделей, связывающих параметры технологических процессов изготовления композиционного материала с его теплофизическими и механическими свойствами, реализуемыми в конструкциях или образцах. Эти модели составляют основу для проектирования композитов с заранее заданными свойствами и выбора оптимальных параметров технологического процесса. Одно из требований к таким аналитическим моделям заключается в возможности их использования для предсказания свойств композитов с различными типами структур, в том числе и многомерно армированными, и применения этих моделей для оценки свойств реальных материалов и работоспособности элементов конструкций.

Отдельный класс составляют модели условий технологического процесса, которые используются для анализа термохимических процессов, теплопередачи, диффузии и механических полей при изготовлении заготовки или образцов. В основе таких моделей лежат методики и программы ЭВМ, позволяющие вычислять поля давлений и температуры, газовую фракцию, анизотропные коэффициенты теплопроводности и диффузии для предварительного описания свойств компонентов композита и структурных процессов.

Другой класс представляют механические модели деформирования и разрушения образцов и изделий из углеродных композитов под действием квазистатических, динамических или импульсных температурно-силовых или специальных воздействий. Основу механических моделей составляют методики и программы ЭВМ расчета микронапряжений и микродеформаций в компонентах композита, а также расчета макроскопических (эффективных)

анизотропных свойств, интегрально отражающих протекающие на структурном уровне сложные процессы взаимодействия матрицы и армирующих волокон различных направлений и перераспределения микронапряжений, обусловленные нелинейностью процессов деформирования и накопления повреждений, предшествующие макроразрушению образца или изделия. Наиболее изученной и близкой к практической реализации в этой области является задача прогнозирования эффективных упругих свойств и коэффициентов теплового расширения, которая применительно к углерод-углеродным материалам оказывается достаточно сложной из-за необходимости построения многомерных структурных моделей, адекватно отражающих морфологию реально создаваемых композитов.

Формулируя общую проблему исследований как проектирование более совершенных углерод-углеродных композиционных материалов и выбор оптимальных параметров технологических процессов, необходимо конкретизировать направления совершенствования свойств, вытекающие из требований к данному изделию из УУКМ. Имеется в виду, что, управляя анизотропией теплофизических, деформационных и прочностных свойств УУКМ, реализуемых в конструкции, создатели новых материалов весьма ограничены в возможности абсолютного улучшения всего комплекса характеристик композита. Поэтому, исходя из прогнозирования и анализа работы изделия, правильнее ставить задачу оптимизации отдельных составляющих свойств материала, ответственных за работоспособность изделия в данных условиях, при одновременном сохранении остальных характеристик в заранее заданном диапазоне. Безусловно, практика создания и использования композитов позволяет ставить и общие для некоторых типов композитов и конструкций из них задачи улучшения свойств. Например, для тканых и многомерно армированных УУКМ такой задачей является улучшение сдвиговой жесткости и прочности.

Определение изменений в технологическом процессе, приводящих к улучшению характеристик конструкций из УУКМ, на основе аналитических моделей может осуществляться по следующей схеме:

1) параметрическое изучение технологических методов, определение чувствительности конечных результатов от выбранных параметров технологического процесса;

2) анализ механизмов деформирования и разрушения на структурном уровне при произвольно заданных температурно-силовых воздействиях;

3) определение критериев для оценки вновь создаваемого материала в соответствии с условиями его работы в конструкции и выбор критериев оптимизации технологического процесса;

4) проверка и совершенствование аналитических моделей механического поведения, сравнительный анализ микроструктурных исследований и экспериментальных данных для образцов, предсказание лучшей схемы плетения или армирования;

5) проектирование конструкции из УУКМ с улучшенными свойствами и выбор оптимального технологического процесса.

Рассмотрим теперь классы структурных моделей и основанные на них методики прогнозирования эффективных свойств применительно к пространственно армированным углеродным композитам.

6.2. Прогнозирование физико-механических свойств пироуглеродной матрицы в углеродных армированных материалах

Проектирование композитных материалов и конструкций с заданными свойствами требует знания свойств исходных компонентов. Углерод-углеродные композиты (УУКМ) с пироуглеродной матрицей составляют в этом отношении особый случай.

Свойства армирующих углеродных волокон достаточно хорошо известны [65, 85]. Сведения по свойствам пироуглеродной матрицы практически отсутствуют. Основная трудность в их определении заключается в том, что пироуглеродная матрица не существует в чистом виде, отдельно от композита. Она формируется в предварительно изготовленном армирующем каркасе на одной из технологических стадий получения УУКМ—при осаждении ее из газовой фазы в специальных печах. Поэтому непосредственно измерить какие-либо характеристики на образцах невозможно.

В [29, 65] оценивается модуль Юнга и коэффициент Пуассона углеродной матрицы $3D$ и $4D$ углерод-углеродных композитах, получаемых методом карбонизации каменноугольного пека. Эффективный модуль матрицы в этих работах определяли решением обратной задачи. Сначала на стандартных образцах измеряли свойства композита. Затем по известным свойствам волокна на основе описанных в этих работах моделей получали упругие модули матрицы. В [65] для модуля Юнга получено значение $E = 6110$ МПа, в [29] $E = 7991$ МПа и коэффициент Пуассона $\vartheta = 0{,}4865$.

Эффективные модули пироуглеродной матрицы, полученные прямыми измерениями или вычислениями, остаются пока неизвестными.

Ниже приведены результаты прямого вычисления эффективных упругих постоянных пироуглеродной матрицы в УУКМ, прошедших высокотемпературную обработку. Вычисления производились на основе модели однофазного поликристалла.

Исследования структуры УУКМ на шлифах показывают, что пироуглеродная матрица состоит из зерен (кристаллитов) пироуглерода с хаотическим распределением осей упругой симметрии кристаллитов в пространстве и пор. Размеры кристаллитов и пор имеют значительный разброс. Поэтому для матрицы используется модель поликристалла как статистической смеси.

Зерна пироуглерода являются анизотропными кристаллами с гексагональной симметрией (класс C_6). Тензор модулей упругости

содержит пять независимых компонент. В технических обозначениях эти компоненты по данным различных авторов [24, 37] имеют следующие значения:

$$E_{11} = (2{,}75 \div 3{,}15)\cdot 10^4 \text{ МПа},$$

$$E_{33} = 1{,}05\cdot 10^4 \text{ МПа},$$

$$G_{12} = (1{,}45 \div 1{,}55)\cdot 10^4 \text{ МПа},$$

$$\vartheta_{13} = 0{,}19 \div 0{,}70.$$

Данные по модулю сдвига G_{13} отсутствуют, поэтому для него использовано значение для монокристалла графита [37]: $G_{13} = 2{,}3\cdot 10^3$ МПа. Здесь приняты следующие обозначения индексов: ось *3*—ось упругой симметрии 6-го порядка (перпендикулярно к базисной плоскости кристаллической решетки графита); оси *1*, *2* перпендикулярны к оси *3*.

Эффективные свойства матрицы вычисляются в два этапа. Сначала вычисления проводят по модели поликристалла без учета пористости. Затем в полученную (уже изотропную) среду «вводят» поры и вычисляют упругие постоянные двухфазной среды.

Закон Гука для такой среды имеет вид

$$\sigma_{ij}(r) = C_{ijkl}(r)\varepsilon_{kl}(r),$$

где все величины являются случайными функциями координат,

$$C_{ijkl}(r) = C^{(0)}_{mnpq}\alpha_{im}(r)\alpha_{jn}(r)\alpha_{kp}(r)\alpha_{lq}(r)\kappa(r),$$

где $C^{(0)}_{mnpq}$—тензор модулей упругости в кристаллографической (для графита) системе координат; $\alpha_{ij}(r)$—направляющие косинусы, у которых углы Эйлера являются случайными, статистически независимыми функциями декартовых координат точки с однородным (прямоугольным) распределением; $\kappa(r)$—случайный индикатор пироуглеродной фазы матрицы.

Эффективный (макроскопический) тензор модулей упругости определяется с помощью равенства

$$\langle\sigma_{ij}(r)\rangle = C^*_{ijkl}\langle\varepsilon_{kl}(r)\rangle.$$

В общем виде тензор C^*_{ijkl} представляется в виде некоторого ряда, члены которого содержат интеграл от произведений флуктуаций тензора C_{ijkl} и второй производной тензора Грина эквивалентной однородной анизотропной среды.

Приведем конечные формулы для вычисления эффективного тензора C^*_{ijkl} в рамках обобщенного сингулярного приближения теории случайных функций. В этом приближении учитываются только сингулярные составляющие второй производной тензора Грина. При этом упомянутые ряды суммируются, эффективный тензор C^*_{ijkl} оказывается изотропным, а для эффективных модулей объемного сжатия и сдвига получаются следующие выражения [91]:

$$k^* = \frac{C_0}{\kappa_1 + 6b^c_\mu} - b^c_k,$$

$$\mu^* = \frac{5}{2}\left(\frac{\kappa_2 + 9b^c_k}{3C_0} + \frac{\kappa_3 + 4b^c_\mu}{C'_0}\right)^{-1} - b^c_\mu,$$

$$C_0 = C + \kappa_1 b^c_k + \frac{2}{3}\kappa_2 b^c_\mu + 6b^c_k b^c_\mu,$$

$$C = C_{33}(C_{11} + C_{12}) \quad 2C^2_{13},$$

$$C'_0 = C' + \kappa_3 b^c_\mu + 2(b^c_\mu)^2,$$

$$C' \quad C_{44}(C_{11} - C_{12}),$$

$$\kappa_1 = C_{11} + C_{12} + 2C_{33} - 4C_{13},$$

$$\kappa_2 \quad 2(C_{11} + C_{12} + 2C_{13}) + C_{33},$$

$$\kappa_3 \quad C_{11} - C_{12} + 2C_{44},$$

$$b^c_k = \frac{4}{3}\mu_c,$$

$$b^c_\mu \quad \frac{\mu_c(9K_c + 8\mu_c)}{6(K_c + 2\mu_c)},$$

$$C_{11} \quad C^0_{1111}, \quad C_{12} = C^0_{1122}, \quad C_{13} = C^0_{1133},$$

$$C_{33} = C^0_{3333}, \quad C_{44} \quad 2C^0_{2323}.$$

Верхним индексом «c» обозначены величины, относящиеся к «телу сравнения», т. е. телу, свойства которого принимаются в качестве нулевого приближения итерационного процесса.

Выбирая в качестве параметров тела сравнения различные значения тензора модулей упругости (средние по Фойгту или Рейссу или в предположении их равенства исходным эффективным

значениям), получают различные частные приближения для вычисления эффективных модулей пироуглеродной матрицы— сингулярное по Фойгту и Рейссу, самосогласованное. Если ограничиться членами первого порядка малости (по величине $C'_{ijkl} = C_{ijkl} - \langle C_{ijkl} \rangle$), то получается корреляционное приближение [18].

Учет пористости проводился в сингулярном приближении с параметрами тела сравнения K_c K^*, $\mu_c = \mu^*$ по формулам

$$K_p^* = K^*(1 - C_p)\left(1 - \frac{C_p}{C_p + \frac{4}{3}\frac{\mu^*}{K^*}}\right),$$

$$\mu_p^* = \mu^*(1 - C_p)\left(1 - \frac{C_p}{C_p + b_\mu^*/\mu^*}\right),$$

где C_p—пористость, K^* μ^*—эффективные модули пироуглеродной матрицы с нулевой пористостью.

Результаты вычисления упругих свойств пироуглеродной матрицы при различных значениях пористости приведены в табл. 6.1.

Таблица 6.1

Эффективные упругие свойства пироуглеродной матрицы

Свойство	СП(F)	СП(R)	СС	К(F)
		$C_p = 0$ %		
E_p^*, МПа	15830	14520	15110	14920
μ_p^*, МПа	6231	5662	5901	5803
θ_p^*	0,2702	0,2825	0,2805	0,2860
		$C_p = 17{,}6$ %		
E_p^*, МПа	11370	9823	10570	10990
μ_p^*, МПа	4545	3852	4179	4292
θ_p^*	0,2508	0,2750	0,2655	0,2806

Примечание: СП(F), СП(R)—сингулярное приближение по Фойгту и Рейссу; СС—самосогласованное приближение; К(F)—корреляционное приближение (по Фойгту); E_p^*—модуль Юнга; μ_p^*—модуль сдвига; θ_p^*—коэффициент Пуассона.

В расчетах использованы следующие значения упругости констант монокристалла пироуглерода [24, 37]: $C^0_{1111} = 34320$ МПа, $C^0_{1122} = 4324$ МПа, $C^0_{1133} = 5796$ МПа, $C^0_{3333} = 12240$ МПа, $C^0_{2323} = 2300$ МПа.

Из табл. 6.1 видно, что все исследованные приближения дают близкие значения эффективных упругих свойств, разброс составляет 5—6 %. Однако кореляционное приближение имеет существенное преимущество перед остальными, так как позволяет вычислить статистические характеристики (дисперсии) упругих полей. Дисперсии компонент тензора микронапряжений даются диагональными компонентами ковариационного тензора напряжений. В [91] приведены выражения для ковариационного тензора напряжений при различных типах деформирования. Ввиду громоздкости они здесь не приводятся.

Таблица 6.2

Статистические характеристики напряжений в кристаллитах пироуглеродной матрицы

Характеристика	Изотропная деформация, $\langle\varepsilon_{11}\rangle = 0{,}01$	Одноосное растяжение, $\langle\varepsilon_{11}\rangle = 0{,}01$	Сдвиг, $\langle\varepsilon_{13}\rangle = 0{,}01$
$\langle\sigma_{11}\rangle$, МПа	348,9	193,5	0
$\langle\sigma_{22}\rangle$, МПа	348,9	77,52	0
$\langle\sigma_{33}\rangle$, МПа	348,9	77,52	0
$\langle\tau_{12}\rangle$, МПа	0	0	0
$\langle\tau_{13}\rangle$, МПа	0	0	58,03
$\langle\tau_{23}\rangle$, МПа	0	0	0
S_σ, МПа	56,07	57,50	57,40
S_τ, МПа	36,50	68,30	63,32
k_σ, %	16,07	16,50	
k_τ,		—	109

Примечание: k_σ, k_τ—коэффициенты вариаций.

В табл. 6.2 приведены результаты вычисления средних значений и дисперсий некоторых компонент тензора напряжений при изотропном (гидростатическом) деформировании ($\langle\varepsilon_{11}\rangle = \langle\varepsilon_{22}\rangle = \langle\varepsilon_{33}\rangle \neq 0$, $\langle\varepsilon_{ij}\rangle = 0$ при $i \neq j$), одноосном растяжении ($\langle\varepsilon_{11}\rangle \neq 0$, $\langle\varepsilon_{ij}\rangle = 0$, $i \neq j$, $i, j \neq 0$) и сдвиге ($\langle\varepsilon_{13}\rangle = 0$, остальные $\langle\varepsilon_{ij}\rangle = 0$). Из табл. 6.2 видно, что коэффициенты вариации

микронапряжений имеют значительную величину, особенно коэффициент вариации сдвиговых напряжений. Это означает, что даже на начальных стадиях деформирования УУКМ в пироуглеродной матрице появляются области микроразрушений.

Статистические оценки микронапряжений (т. е. напряжений в зернах пироуглеродной матрицы) важны для прогнозирования механических свойств матрицы на стадии неупругого деформирования и для выявления и учета механизмов структурного разрушения при оценке на основе прямых вычислений прочностных свойств.

Данные по прочностным характеристикам углеродной матрицы отсутствуют.

Для описания механического поведения на стадии неупругого деформирования и прогнозирования деформационных и прочностных свойств пироуглеродной матрицы в рамках структурно-феноменологического подхода рассмотрим модель многофазного поликристалла [80] в сочетании с моделью поврежденной среды [78]. В исходном (недеформированном) состоянии матрица является двухфазным поликристаллом. Первая фаза—кристаллиты пироуглерода, вторая фаза—поры (кристаллиты с равными нулю модулями упругости).

При деформировании такой матрицы на структурном уровне учтем возможные механизмы разрушения зерен пироуглерода. В соответствии с упругой симметрией возможно разрушение кристаллитов по одному из следующих критериев, выписанных в инвариантной форме [61]:

$$\sigma_{33} \geq [\sigma_{33}^{+}] \text{ или } \sigma_{33} \leq [\sigma_{33}^{-}], \tag{6.1}$$

$$\frac{1}{2}(\sigma_{11} + \sigma_{22}) \geq [\sigma_{11}^{+}] \text{ или } \frac{1}{2}(\sigma_{11} + \sigma_{22}) \leq [\sigma_{11}^{-}], \tag{6.2}$$

$$\sqrt{\sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2} \geq [\sigma_{13}], \tag{6.3}$$

$$\sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 4\tau_{12}^2} \geq [\tau]. \tag{6.4}$$

Здесь σ_{ij}—компоненты тензора напряжений, индексом «3» обозначена ось упругой симметрии 6-го порядка, $[\sigma_{33}^{+}]$, $[\sigma_{33}^{-}]$, $[\sigma_{13}]$, $[\tau]$ и т. д.—пределы прочности при растяжении, сжатии, сдвиге и т. д. соответственно.

Критерии (6.1), (6.2) соответствуют разрушению отрывом в направлении оси упругой симметрии 6-го порядка и в перпендикулярном направлении. При этом учитывается различие пределов прочности при растяжении и сжатии. Критерии (6.3), (6.4) соответствуют разрушению от сдвига в плоскости трансверсальной изотропии и в перпендикулярной к ней плоскости. Будем считать, что отдельные кристаллиты пироуглерода деформируются упруго вплоть до разрушения. После разрушения по любому из критериев

кристаллиты продолжают деформироваться упруго, но компоненты тензора модулей упругости скачком изменяют свои значения в момент разрушения.

После разрушения по критериям (6.1), (6.3) кристаллит перестает сопротивляться растяжению вдоль оси *3* и сдвига в

индикаторные функции кристаллитов; σ_k—структурные напряжения в кристаллитах; σ—напряжения в матрице, $\sigma = \sum_k \sigma_k \kappa_k$; D_σ—дисперсии напряжений в матрице; $P_k = \langle \kappa_k \rangle$, K_p^*—макроскопический модуль упругости матрицы; штрихом отмечены флуктуации величин. Формулы для макроскопических модулей упругости C_{ijkl}^* здесь не приводятся ввиду их громоздкости.

Распределение напряжений в матрице и кристаллитах принимается нормальным. Все вычисления проводят в корреляционном приближении.

На рис. 6.1 приведены диаграммы деформирования пироуглеродной матрицы.

Из рис. 6.1,*а* видно, что при учете структурных разрушений по критерию $\sigma_{33} \geq [\sigma_{33}^+] = 4{,}9$ МПа (кривая *1*) по деформации $\langle \varepsilon \rangle \simeq 0{,}03$ % среда деформируется упруго, затем в интервале от 0,03 до 0,042 % происходит накопление структурных разрушений и далее среда деформируется упруго. При учете разрушения по

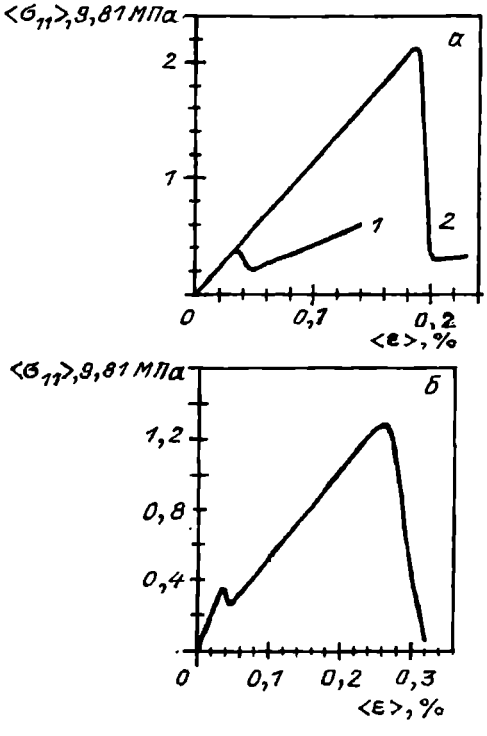


Рис. 6.1. Диаграммы деформирования пироуглеродной матрицы: *а*—при учете разрушения по критерию (6.1), (6.2); *б*—при учете разрушения по критериям (6.3)

критерию $\frac{1}{2}(\sigma_{11} + \sigma_{22}) \geq [\sigma_{11}^{+}] = 31{,}4$ МПа (кривая 2) наблюдаются аналогичные явления, однако структурные разрушения появляются при существенно больших значениях макроскопических деформаций ($\langle\varepsilon\rangle \simeq 0{,}2$ %).

При наличии разрушений этих двух видов одновременно (см. рис. 6.1,*б*) имеются две области накопления структурных напряжений—в окрестностях локальных максимумов кривой деформирования. При макродеформациях $\langle\varepsilon\rangle \simeq 0{,}3$ % происходит исчерпание несущей способности среды. Максимально достижимые макронапряжения равны примерно 12,8 МПа.

6.3. Метод осреднения жесткостей в механике пространственно армированных композитов

Построение адекватной расчетной модели пространственно армированного композиционного материала (ПАКМ) связано со значительными сложностями. Для наиболее полного учета взаимодействия волокон и матрицы в материале необходимо решить пространственную краевую задачу механики сплошных сред для сложной многосвязной области. Эта область должна представлять собой ячейку периодичности ПАКМ. Однако решение такой задачи весьма затруднительно. Поэтому, при выборе модели деформирования ПАКМ необходимо принять упрощающие гипотезы. Усложняет решение задачи взаимодействие в материале волокон различных направлений. Учет этого факта приводит к необходимости решения пространственной краевой задачи. В дальнейшем здесь будем полагать, что армирующие волокна разных направлений не взаимодействуют между собой. Это допущение существенно упрощает исходную задачу. Считаем, что группа волокон данного направления работает при деформировании материала автономно, отдельно от волокон других направлений. Поэтому возможно достаточно точное определение деформационных свойств для групп волокон каждого направления. Эти группы волокон с окружающей их матрицей образуют так называемые расчетные элементы. Таким образом, расчетный элемент представляет собой композит, армированный прямыми или искривленными волокнами одного направления. При делении всего объема ПАКМ на расчетные элементы возникает вопрос, каким образом распределить между ними связующее. Обычно связующее распределяется пропорционально объему волокон каждого направления. Из этого допущения следует, что объемная концентрация волокон во всех однонаправленных расчетных элементах одинакова и равна объемной концентрации волокон всех направлений в ПАКМ. При расчете считается, что весь материал заполнен расчетными элементами с относительными объемами, равными отношению содержания арматуры в них ко всему объему арматуры, т. е. любой выделенный объем содержит «пронизывающие» друг друга расчетные элементы всех заданных направлений. При этом,

естественно, отсутствуют граничные поверхности, на которых могли бы задаваться статические и кинематические условия взаимодействия волокон различных направлений. Преимущество этого метода в том, что он позволяет производить расчет эффективных свойств ПАКМ с произвольными схемами армирования и любым числом направлений армирования. Точность расчетов определяется точностью расчета упругих свойств однонаправленно армированного композита.

При использовании описанной модели пористость матрицы должна учитываться на этапе расчета эффективных свойств однонаправленного композита. Расчет производится со свойствами матрицы, пересчитанными для данного значения пористости. Рассмотрим подробнее расчет эффективных свойств пористой матрицы.

Будем считать, что пористая матрица образовалась в результате внесения микроскопических пор произвольной формы в первоначально сплошной изотропный однородный материал, упругие свойства которого известны (K—объемный модуль, μ—модуль сдвига). Если считать, что поры в композите расположены случайным образом, а их распределение статистически однородно, то пористая углеродная матрица будет представлять собой макроизотропный материал, но уже с другими упругими свойствами (K^*—эффективный объемный модуль, μ^*—эффективный модуль сдвига). Решение задачи об определении эффективных упругих свойств пористой матрицы проводилось в сингулярном приближении (см. п. 6.2) теории случайных функций. В результате для эффективного объемного модуля K^* было получено выражение

$$K^* = K(1 - C_p)\cdot\left[1 - \frac{C_p}{C_p + (4\mu/3K)}\right],$$

где K—объемный модуль материала без пор, μ—модуль сдвига материала без пор, C_p—относительная объемная пористость.

Соответственно, для эффективного модуля сдвига μ^*

$$\mu^* = \mu(1 - C_p)\cdot\left[1 - \frac{C_p}{C_p + (9K + 8\mu)/6(K + 2\mu)}\right].$$

Эффективный модуль Юнга E^* и коэффициент Пуассона ϑ^* пористой матрицы можно рассчитать по следующим формулам:

$$E^* = 9K^*\mu^*/(3K^* + \mu^*),$$

$$\vartheta^* = (3K^* - 2\mu^*)/(6K^* + 2\mu^*).$$

Таким образом, учет пористости заключается в том, что свойства сплошной неповрежденной матрицы заменяются эф-

фективными свойствами, полученными с учетом реальной пористости.

Эффективные упругие свойства однонаправленно армированного композита для продольного и поперечного направлений

μ^m—модуль сдвига матрицы, G_{12}^*—модуль сдвига композита, G_{12}^f—модуль сдвига волокна, r_b—радиус волокна, l—размер ячейки периодичности.

Для упругих свойств в поперечной плоскости однонаправленно армированного композита аналитические формулы дают бо́льшую погрешность. Поэтому будем использовать для решения краевой задачи на ячейке периодичности один из численных методов. Ячейка периодичности композита изображена на рис. 6.2. Так как ячейка симметрична, можно рассматривать 1/4 часть ее. Укладка волокон предполагается тетрагональной. Для расчета эффективных упругих свойств необходимо решить краевую задачу теории упругости на такой ячейке со специальными граничными условиями. На сторонах ячейки OA и OB граничные условия задаются из соображений симметрии, так как они являются осями симметрии ячейки периодичности. На стороне AC задаются постоянные перемещения в направлении оси X_3, одинаковые во всех точках стороны. На стороне BC нормальные перемещения в направлении оси X_2 считаются равными нулю. Также равными нулю полагаются касательные усилия на сторонах AC и BC.

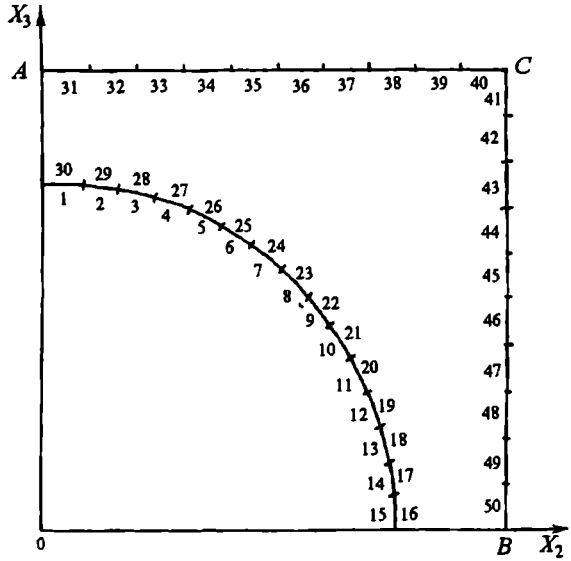


Рис. 6.2. Разбивка ячейки периодичности композита на граничные элементы

Для решения этой краевой задачи выберем метод граничных элементов [48]. Преимуществами этого метода по сравнению с методом конечных элементов являются простая дискретизация (только границ области, не являющихся осями симметрии) и точное удовлетворение граничным условиям. Дискретизация одной четвертой части ячейки периодичности также приведена на

рис. 6.2. Разбивка включает в себя всего 50 граничных элементов. Разбивка границы волокно—матрица производится отдельно для волокна и для матрицы (элементы 1—15 характеризуют волокно, (16—30)—матрицу).

Для решения краевой задачи использовался прямой метод граничных элементов с кусочно-постоянной аппроксимацией граничных перемещений и усилий. В этом случае уравнения, описывающие связь перемещений и напряжений на границе, записывается следующим образом:

$$\sum_{j=1}^{N} B_{ss}^{ij}\sigma_s^j + \sum_{j=1}^{N} B_{sn}^{ij}\sigma_n^j = \sum_{j=1}^{N} A_{ss}^{ij}U_s^j + \sum_{j=1}^{N} A_{sn}^{ij}U_n^j,$$

$$\sum_{j=1}^{N} B_{ns}^{ij}\sigma_s^j + \sum_{j=1}^{N} B_{nn}^{ij}\sigma_n^j = \sum_{j=1}^{N} A_{ns}^{ij}U_s^j + \sum_{j=1}^{N} A_{nn}^{ij}U_n^j, \qquad (6.8)$$

где N—число граничных элементов, i принимает значения от 1 до N, σ_n^j, σ_s^j—соответственно нормальные и касательные усилия на j-м граничном элементе, U_n^j, U_s^j—соответственно нормальные и касательные перемещения на j-м граничном элементе, A_{ss}^{ij}, A_{sn}^{ij}, A_{nn}^{ij}—коэффициенты влияния перемещений j-го элемента на i-й, B_{ss}^{ij}, B_{sn}^{ij}, B_{nn}^{ij}—коэффициенты влияния усилий j-го элемента на i-й.

Коэффициенты влияния в данном случае представляют собой аналитические функции от параметров, определяющих размеры и взаимное положение граничных элементов. Эти функции получаются путем интегрирования функций Грина однородной бесконечной среды и ее различных производных. Формулы (6.8) представляют собой систему $2N$ линейных алгебраических уравнений с $4N$ неизвестными. В действительности же в системе (6.8) остается только $2N$ неизвестных, так как в корректно поставленной краевой задаче нам всегда известны какие-либо компоненты смещений или напряжений на границе.

Решение задачи для области, представленной на рис. 6.2, осложняется тем, что на элементах с 1 по 30, лежащих на границах раздела волокно—матрица, не заданы ни напряжения, ни перемещения. Эта трудность преодолевается использованием условия идеального контакта на границе раздела двойных элементов (элементов, совпадающих геометрически, но принадлежащих разным фазам) и позволяет исключить лишние переменные. Таким образом, решение краевой задачи для двухфазной области состоит из следующих этапов:

1) построения систем уравнений типа (6.8) для элементов 1—15 и отдельно для 16—50;

2) использования предположений идеального контакта на границе волокно—матрица позволяет исключить 60 «лишних» неизвестных на элементах 1—30 путем приравнивания напряжений и перемещений с разных сторон границ;

3) исключения на элементах 31—50 еще 40 неизвестных с использованием граничных условий (известны нормальные перемещения и касательные усилия);

4) решения полученной системы 100 уравнений со 100 неизвестными методом Гаусса.

В результате решения краевой задачи определяются нормальные усилия на границе ячейки. Теперь можно найти эффективные упругие свойства композита. Компоненты тензора жесткости однонаправленно армированного композита в поперечной плоскости C^*_{2233}, C^*_{3333} и C^*_{2323} определяются по следующим формулам:

$$C_{3333} = \frac{\sum_{i=31}^{40} \sigma_n^i}{\Delta/l}, \quad C_{2233} = \frac{\sum_{i=41}^{50} \sigma_n^i}{\Delta/l}, \qquad (6.9)$$

$$C_{2323} = \frac{1}{2}(C_{3333} - C_{2233}),$$

где σ_n^i—нормальные усилия на i-м граничном элементе определяются из решения краевой задачи; Δ—одинаковые нормальные перемещения элементов с 31-го по 40-й, лежащих на стороне AC, см. рис. 6.2 (задается произвольно в граничных условиях); l—размер ячейки периодичности, равный длине отрезка BC.

Первые два соотношения (6.9), как нетрудно заметить, представляют собой отношения средних макронапряжений к средним макрооднородным деформациям. Эти соотношения непосредственно следуют из определения эффективного модуля.

С учетом соотношений (6.9) получен полный набор эффективных упругих свойств однонаправленно армированного композита. Технические константы в поперечной плоскости можно рассчитать по формулам

$$\vartheta^*_{23} = \frac{C^*_{2233}}{C^*_{2233} + C^*_{3333}},$$

$$E^*_2 = E^*_3 = \frac{(2C^*_{2233} + C^*_{3333}) \cdot (C^*_{3333} - C^*_{2233})}{C^*_{2233} + C^*_{3333}}, \qquad (6.10)$$

где ϑ^*_{23}—коэффициент Пуассона в направлении поперек волокон, $E^*_2 = E^*_3$—модуль Юнга в направлении поперек волокон.

Рассмотрим получение эффективных свойств ПАКМ на основе эффективных свойств расчетных элементов методом, называемым в [65] «методом осреднения жесткостей».

В расчетной модели композита каждое отдельное произвольное направление армирования n представим как однонаправленно армированный стержень (расчетный элемент). Объем такого стержня обозначим V_n, объем арматуры в этом стержне—$V_f^{(n)}$, откуда объем связующего в стержне $V_m^{(n)}$ будет равен $V_n - V_f^{(n)}$. Тогда расчетный объемный коэффициент армирования отдельного направления будет $v_n^* = V_f^{(n)}/V_n$. Пусть N—общее число направлений армирования ПАКМ. Тогда общий объем композита $V = V_1 + V_2 + \quad + V_n$, а общий объем арматуры $V_f = V_f^{(1)} + V_f^{(2)} + \quad + V_f^{(n)}$, откуда общий объем связующего $V_m = V - V_f$, объемный коэффициент армирования всего композита $v_s = = V_f/V = v_1 + v_2 + \quad + v_N$. Здесь $v_n = V_f^{(n)}/V$—объемная концентрация волокон каждого направления в композите.

Для того, чтобы определить компоненты тензора жесткости отдельного стержня в главных осях симметрии его механических свойств, необходимо еще найти расчетный объем связующего $V_m^{(n)}$ и далее v_n^*. Для определения $V_m^{(n)}$ используем гипотезу, что связующее в расчетной модели распределяется пропорционально объему арматуры $V_f^{(n)}$ каждого направления армирования, т. е. коэффициенты армирования всех направлений v_n^* одинаковы и равны объемному коэффициенту армирования всего композита v_f, но объемы отдельных однонаправленных стержней V_n разные. Через относительные объемы V_n/V направлений учитываются различные доли волокон, уложенных в разных направлениях. Задаваясь для композита упругими характеристиками матрицы (если есть пористость, то с ее учетом) и коэффициентом армирования v_f (объемной концентрацией волокон), а для каждого направления армирования—упругими характеристиками волокон, определяем тензоры жесткости каждого однонаправленно армированного стержня $C_{\alpha\beta\gamma\delta}^{0(n)}$ в главных осях симметрии его механических свойств.

Для приведения тензоров $C_{\alpha\beta\gamma\delta}^{0(n)}$ к общим осям композита используют известные тензорные зависимости

$$C_{ijkl}^{(n)} = \alpha_{i\alpha}\alpha_{j\beta}\alpha_{k\gamma}\alpha_{l\delta}C_{\alpha\beta\gamma\delta}^{0(n)},$$

где $C_{ijkl}^{(n)}$—компоненты тензора жесткости однонаправленного расчетного элемента, приведенные к осям композита, α_{ij}—косинус угла между осью X_i системы координат всего композита и осью X_j локальной системы координат однонаправленного композита.

Осреднение жесткостей однонаправленно армированных расчетных элементов производится с учетом их объемов,

$$C_{ijkl}^{*} = \frac{\sum_{n=1}^{N} V_n C_{ijkl}^{(n)}}{\sum_{n=1}^{N} V_n}, \tag{6.11}$$

где V_n—объем однонаправленно армированного стержня n-го направления, N—число направлений армирования, C_{ijkl}^{*}—эффективный тензор модулей упругости ПАКМ.

Определение эффективных коэффициентов теплового расширения (КТР) ПАКМ в общем случае требует решения термоупругой задачи для многосвязной области. Это сопряжено с большими вычислительными сложностями. В работе [49] приведено аналитическое решение задачи о нахождении КТР двухфазного композита

$$\alpha_{ij}^{*} = (\alpha_{kl}^{f} - \alpha_{kl}^{m}) P_{klmn} (S_{mnij}^{*} - S_{mnij}^{m}) + \alpha_{ij}^{m}, \tag{6.12}$$

где $P_{klmn} = (S_{klmn}^{f} - S_{klmn}^{m})^{-1}$, S_{klmn}^{f}—тензор модулей податливости материала волокна, S_{klmn}^{m}—тензор модулей податливости материала матрицы, α_{ij}^{f}—КТР волокна, α_{ij}^{m}—КТР матрицы, α_{ij}^{*}—КТР композита, S_{mnij}^{*}—тензор эффективных модулей податливости композита.

Формула (6.12) дает точное решение задачи о нахождении КТР двухфазного композита с изотропными или анизотропными компонентами. Условию двухфазности удовлетворяют два типа композитов: 1) с изотропными матрицей и волокнами и любым числом направлений армирования; 2) однонаправленно армированный композит с прямыми волокнами и произвольной анизотропией волокон и матрицы.

Перепишем формулу (6.12) для случая изотропных фаз,

$$\alpha_{ij}^{*} = (\alpha_f - \alpha_m) \frac{\delta_{mn}}{1/K_f - 1/K_m} \left(3S_{mnij}^{*} - \frac{\delta_{ij}}{K_m} \right) + \alpha_m \delta_{ij}, \tag{6.13}$$

где α_{ij}^{*}—эффективный КТР композита, α_f, α_m—КТР материала волокна и матрицы соответственно, K_f, K_m—объемные модули

волокон и матрицы соответственно, δ_{mn}—символ Кронекера, S^*_{mnij}—эффективный тензор податливости двухфазного композита.

По формуле (6.13) можно, рассчитав каким-либо способом эффективные упругие свойства композита, определить коэффициенты теплового расширения. Композит может быть с любой схемой армирования, но обязательно с изотропными волокнами.

Рассмотрим теперь способ вычисления эффективных КТР пространственно армированного композита. Если одинаковые анизотропные волокна в композите уложены в разных направлениях (волокна не параллельны), то их нельзя считать одной фазой с постоянными упругими свойствами. Хотя в локальной системе координат каждого волокна упругие свойства всех волокон совпадают, в общей системе координат всего композита составляющие тензоров жесткости волокон различных направлений различны. Аналогичная ситуация возникает при армировании композита искривленными анизотропными волокнами.

Расчет эффективных КТР ПАКМ в этом случае проводили в несколько этапов. Сначала по формуле (6.12) определяли эффективные свойства КТР однонаправленно армированного расчетного элемента. Затем КТР каждого направления приводят к системе координат композита,

$$\alpha_{ij} = \alpha^0_{mn} l_{im} l_{jn},$$

где α^0_{mn}—КТР в локальных осях однонаправленного композита, α_{ij}—КТР в осях всего композита, l_{pq}—матрица преобразования. Наконец проводят осреднение КТР всех направлений армирования,

$$\alpha^*_{ij} = \frac{\sum_{n=1}^{N} V^{(n)} \alpha^{(n)}_{ij}}{\sum_{n=1}^{N} V^{(n)}}, \qquad (6.14)$$

где $\alpha^{(n)}_{ij}$—приведенный к осям композита тензор КТР n-го однонаправленного расчетного элемента, α^*_{ij}—тензор эффективных КТР ПАКМ, V^*—объем n-го расчетного элемента, N—число направлений армирования.

6.4. Расчет эффективных термоупругих свойств материалов с искривленными волокнами

Проблеме расчета эффективных упругих характеристик композиционных материалов на базе структурных моделей посвящено большое число научных работ [52, 91]. Вместе с тем вопросы определения упругих характеристик практически важного класса композитов, армированных тканями и искривленными волокнами,

остаются слабо изученными. Это объясняется сложностью задач, возникающих в рамках микромеханики таких систем. Среди специфических усложняющих факторов можно выделить: 1) искривление нитей основы и утка; 2) трехмерность напряженно-деформированного состояния на микроуровне; 3) противофазность (однофазность) искривлений соседних нитей.

Обычно при расчетах реальная композитная структура на основе тах или иных допущений аппроксимируется модельной, для которой можно (как правило, приближенным образом) рассчитать эффективные упругие характеристики. Поскольку нередко вводимые допущения не имеют строгого обоснования, а оценка точности расчетных методик затруднена, получаемые численные значения характеристик обнаруживают заметное расхождение с экспериментом. В настоящее время возможность построения для тканых композитов структурных моделей, сравнимых по строгости с полидисперсной или с трехфазной моделями однонаправленных композитов [49], представляется проблематичной.

Для того, чтобы можно было учитывать искривление волокон в рамках расчетной модели (см. п. 6.3), будем считать, что однонаправленно армированные расчетные элементы могут быть армированы искривленными волокнами, т. е. искривление волокон учитывается при расчете эффективных упругих свойств однонаправленно армированных расчетных элементов.

Рассмотрим теперь способы расчета термоупругих свойств однонаправленно армированного композита. Ограничимся случаем, когда форма искривления считается заданной. Функция координат, характеризующая отклонение волокон от прямой линии, считается известной. При этом степень искривления волокон, изменяющаяся в широких пределах, характеризуется параметром ψ,

$$\psi = 4A/l,$$

где A—амплитуда искривления, l—длина волны искривления.

Вводятся следующие допущения: 1) диаметр армирующих волокон мал по сравнению с их кривизной и размерами тела; 2) волокна искривлены в одной плоскости; 3) характер искривления волокон однороден по всему объему расчетного элемента и симметричен относительно продольной оси.

Вследствие искривления волокон упругие характеристики слоя в пределах длины волны неоднородны вдоль продольной оси. Эффективные упругие свойства определяются путем осреднения изменяющихся вдоль длины волны упругих свойств однонаправленно армированного композита. Последние не изменяются в локальной, связанной в каждой точке с направлением искривленного волокна, системе координат. Однако из-за непрерывного изменения положения локальных осей координат по отношению к системе координат расчетного элемента упругие характеристики постоянно меняются.

Будем считать, что продольная ось расчетного элемента X_1, искривление волокон происходит в осях *1*, *3*. Тогда эффективные упругие свойства определяются следующими формулами [65]:

$$\tilde{E}_1 = \left[\frac{1}{E_1} - k_1\left(\frac{1}{E_1} - \frac{1}{E_3}\right) - \frac{k_3}{4}\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_3} + \frac{2\vartheta_{13}}{E_3} - \frac{1}{G_{13}}\right)\right]^{-1}$$

$$\tilde{E}_2 = E_2,$$

$$\tilde{E}_3 = \left[\frac{1}{E_3} + k_1\left(\frac{1}{E_1} - \frac{1}{E_3}\right) - \frac{k_3}{4}\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_3} + \frac{2\vartheta_{13}}{E_3} - \frac{1}{G_{13}}\right)\right]^{-1}$$

$$\tilde{\vartheta}_{21} = \tilde{E}_1\left(k_1\frac{\vartheta_{32}}{E_2} + k_2\frac{\vartheta_{21}}{E_1}\right),$$

$$\tilde{\vartheta}_{23} = \tilde{E}_3\left(k_1\frac{\vartheta_{21}}{E_1} + k_2\frac{\vartheta_{32}}{E_2}\right),$$

$$\tilde{\vartheta}_{31} = \tilde{E}_1\left[\frac{\vartheta_{31}}{E_1} - \frac{k_3}{4}\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_3} + \frac{2\vartheta_{13}}{E_3} - \frac{1}{G_{13}}\right)\right],$$

$$\tilde{G}_{12} = \left(\frac{k_1}{G_{23}} + \frac{k_2}{G_{12}}\right)^{-1}$$

$$\tilde{G}_{23} = \left(\frac{k_1}{G_{12}} + \frac{k_2}{G_{23}}\right)^{-1}$$

$$\tilde{G}_{13} = \left[\frac{1}{G_{13}} + k_3\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_3} + \frac{2\vartheta_{13}}{E_3} - \frac{1}{G_{13}}\right)\right]^{-1}$$

В этих формулах

$$k_1 \quad 1 - \left(1 + \frac{\pi^2\psi^2}{4}\right)^{-1/2}$$

$$k_2 = \left(1 + \frac{\pi^2\psi^2}{4}\right)^{-1/2} \qquad (6.15)$$

$$k_3 = \frac{\pi^2\psi^2}{2}\left(1 + \frac{\pi^2\psi^2}{4}\right)^{-3/2}$$

а знаком «тильда» обозначены эффективные упругие постоянные расчетного элемента с искривленными волокнами (степень искривления определяется параметром ψ). Эти постоянные определяют через эффективные упругие постоянные слоя с прямыми волокнами.

Приведенные формулы справедливы для так называемого синфазного искривления волокон. В этом случае фазы искривления

рядом расположенных и совместно работающих слоев совпадают. Схема укладки волокон приведена на рис. 6.3,*а*. Возможен другой вариант укладки волокон, показанный на рис. 6.3,*б*,—так называемое противофазное искривление. Здесь все волокна четных слоев искривлены одинаково и противофазно по отношению к волокнам нечетных слоев. Следовательно, углы наклона искривленных волокон в пределах бесконечно малого элемента dx_1 в двух смежных слоях, перпендикулярных к оси X_2, равны по абсолютной величине, но противоположны по знаку. Это означает, что при нагружении, например вдоль оси X_1, отдельного не связанного с другими слоями элемента dx_1 нечетного слоя этот элемент получит деформацию сдвига противоположного знака по отношению к подобному элементу четного слоя.

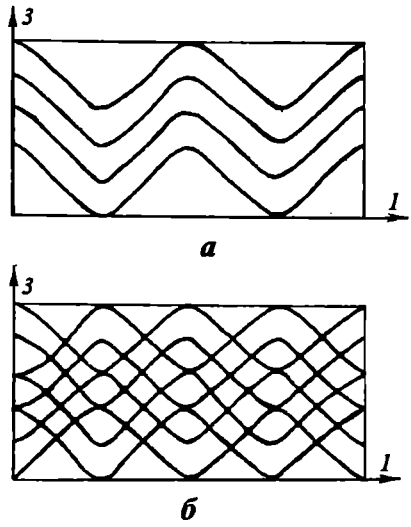


Рис. 6.3. Расчетный элемент с синфазным (*а*) и противофазным армированием (*б*)

В реальном материале нечетные и четные слои деформируются совместно, вследствие чего деформации их стеснены. Это значит, что материал с противофазным искривлением волокон является более жестким, чем тот, у которого искривление всех волокон совпадает по фазе. Материал с синфазным искривлением ведет себя как отдельный слой, армированный искривленными волокнами, его характеристики определяются из приведенных выше формул. Наличие кинематического стеснения при деформировании смежных слоев не позволяет использовать те же формулы для расчета материала с противофазным искривлением волокон в слоях. В этом случае необходимо при определении упругих постоянных сначала вычислить компоненты тензора податливости для двух скрепленных по длине слоев с учетом совместности их деформаций, а затем произвести осреднение по длине волны искривления. В результате осреднения получим [65] зависимости для расчета упругих характеристик материала с противофазным искривлением волокон

$$\widetilde{E}_1 = E_1 \frac{(1-\psi^2)^2 + 4\psi^2(\alpha^2 + 1 + 2\vartheta_{31})/\beta^2}{1 + 2\vartheta_{31}\psi^2 + (4\alpha^2\psi^2/\beta^2) + \alpha^2\psi^4},$$

$$\widetilde{E}_2 \quad E_2,$$

$$\widetilde{E}_3 = E_3 \frac{(1-\psi^2)^2 + 4\psi^2(\alpha^2 + 1 + 2\alpha^2\vartheta_{13})/\beta^2}{1 + 2\vartheta_{13}\psi^2 + (4\psi^2/\beta^2) + (\psi^4/\alpha^2)},$$

$$\widetilde{\vartheta}_{23} = \frac{\vartheta_{23} + \psi^2\vartheta_{21}}{1+\psi^2},$$

$$\widetilde{\vartheta}_{21} = \frac{\vartheta_{21} + \psi^2\vartheta_{23}}{1+\psi^2},$$

$$\widetilde{\vartheta}_{13} = \frac{\vartheta_{13}(1+\psi^4) + \psi^2[1 + (1/\alpha^2) - (4/\beta)]}{1 + 2\vartheta_{13}\psi^2 + (4\psi^2/\beta^2) + (\psi^4/\alpha^2)},$$

$$\widetilde{G}_{12} = \frac{G_{12}G_{23}(1+\psi^2)}{G_{23} + \psi^2 G_{12}},$$

$$\widetilde{G}_{23} = \frac{G_{12}G_{23}(1+\psi^2)}{G_{12} + \psi^2 G_{23}},$$

$$\widetilde{G}_{13} = G_{13}\left\{1 + \frac{\psi^2\beta^2[1 + (1/\alpha^2) - (4/\beta^2) - 2\vartheta_{13}]}{(1+\psi^2)^2}\right\},$$

где

$$\alpha^2 = E_1/E_3, \quad \beta^2 = E_1/G_{13}. \tag{6.16}$$

Здесь знаком «тильда» также отмечены эффективные упругие характеристики материала, но уже с противофазно искривленными волокнами.

Некоторые типы композиционных материалов не имеют четко выраженной синфазности или противофазности расположения волокон в смежных элементах. В этом случае приближенно оценить значения упругих констант материала с искривленными волокнами можно по моделям для композитов с противофазно или однофазно искривленными волокнами.

Эффективные КТР слоя, армированного искривленными волокнами, определяются с использованием тензорных зависимостей преобразования координат,

$$\widetilde{\alpha}_{11} \quad \alpha_{11}\cos^2\psi + \alpha_{33}\sin^2\psi,$$

$$\widetilde{\alpha}_{22} = \alpha_{22}, \tag{6.17}$$

$$\widetilde{\alpha}_{33} = \alpha_{11} \sin^2 \varphi + \alpha_{33} \cos^2 \psi,$$

где $\widetilde{\alpha}_{ii}$—КТР слоя с искривленными волокнами, α_{ii}—КТР слоя с прямыми волокнами, φ—угол наклона по отношению к продольной оси, $\varphi = \operatorname{arctg} \psi$.

При малых искривлениях изменение КТР весьма незначительно по сравнению с изменениями упругих характеристик.

6.5. Задача микромеханики для ячейки периодичности ортогонально армированных УУКМ

Рассмотрим последовательность решения термоупругой краевой задачи для композитной конструкции. Будем считать, что структура материала периодическая.

Первый этап—определение эффективных термоупругих свойств материала конструкции. Для этого необходимо решить последовательность краевых задач теории упругости на ячейке с некоторыми наборами специально выбранных граничных условий. Каждый набор граничных условий позволяет определить отдельные компоненты тензора эффективных модулей упругости или тензора эффективных коэффициентов теплового расширения материала.

Второй этап—решение исходной краевой задачи для композитной конструкции с полученными эффективными свойствами. В результате получаем значения макроскопических напряжений и деформаций во всех точках конструкции. Это дает возможность определить наиболее опасные с точки зрения разрушения места в конструкции.

На третьем этапе решения определяют микронапряжения и микродеформации в элементах структуры композита в опасных точках конструкции. При этом макроскопические деформации и (или) напряжения используют для задания граничных условий на ячейке периодичности композита. Это означает, что граничные условия на ячейке выбираются таким образом, что средние напряжения и деформации, получающиеся в ячейке, совпадают с макроскопическими напряжениями и деформациями в данной исследуемой точке композитной конструкции.

После определения структурных напряжений и деформаций производят оценку вероятности разрушения на микроуровне с использованием различных критериев прочности.

Описанная методика позволяет прослеживать развитие процесса разрушения. При этом после появления первых разрушенных элементов структуры производится уточненный расчет эффективных свойств разрушенных (частично или полностью) ячеек композита. А при расчете макронапряжений и деформаций на следующем шаге нагружения учитывается изменение эффективных свойств некоторых ячеек композита. Такие действия могут

производиться до полного исчерпания несущей способности материала.

Из рассмотрения общей методики расчета конструкций из композитов с периодической структурой видно, что основополагающую роль в ней играет решение краевой задачи термоупругости на ячейке периодичности композита со специальными граничными условиями.

Размерность задачи на ячейке композита полностью определяется схемой армирования композита. Если материал армирован волокнами, уложенными в разных направлениях, для получения адекватной картины распределения структурных напряжений и деформаций необходимо решать пространственную краевую задачу на ячейке периодичности.

Рассмотрим более подробно постановку термоупругой краевой задачи для ячейки периодичности композита со структурой типа $3D$. Структуру типа $2D$ подробно рассматривать не будем, так как она может быть легко получена из структуры $3D$ удалением волокна одного направления.

Во-первых, необходимо рассмотреть структуру материала и выделить его ячейку периодичности—минимальный элемент, из которого можно построить всю структуру. Для материала со структурой $3D$ полная ячейка периодичности представлена на рис. 6.4. Из рисунка видно, что ячейка представляет собой сложную многосвязную область. Численная реализация решения пространственной задачи теории упругости для такой области даже при достаточно грубой дискретизации требует очень больших затрат машинного времени. Упрощенная ячейка материала изображена на рис. 6.5. Она получена из рассмотрения симметрии внутри полной ячейки периодичности и представляет собой одну восьмую часть ее.

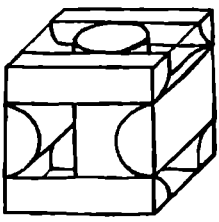


Рис. 6.4. Ячейка периодичности со структурой $3D$

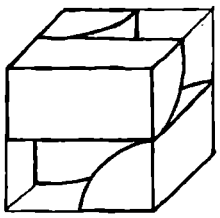


Рис. 6.5. Упрощенная ячейка материала со структурой $3D$

Упрощенная ячейка не является в полном смысле ячейкой периодичности, так как для получения из нее полной структуры кроме параллельного переноса необходимы отображения этой ячейки относительно трех плоскостей симметрии. Однако это обстоятельство не вызывает трудностей при постановке и решении задачи на ячейке, так как благодаря симметрии напряженно-деформированное состояние (НДС) в любой точке полной ячейки периодичности можно определить через НДС в соответствующей точке упрощенной ячейки периодичности. Заметим, что это справедливо, если симметрия распространяется не только на геометрию ячейки, но и на граничные условия. В дальнейшем под ячейкой перио-

дичности композита будем понимать изображенную на рис. 6.5 упрощенную ячейку.

Пусть, например, решается задача теории упругости для микронеоднородного тела. Уравнения равновесия и граничные условия запишем в виде

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left[C_{ijkl}(r)\frac{\partial U_k(r)}{\partial x_l}\right] = 0, \tag{6.18}$$

$$U_i\Big|_{\Gamma_U} = U_i^0; \qquad C_{ijkl}(r)\frac{\partial U_k(r)}{\partial x_l}n_j\Big|_{\Gamma_S} = S_i^0, \tag{6.19}$$

где $C_{ijkl}(r)$—тензор модулей упругости, $U_k(r)$—тензор перемещений

$$\frac{\partial}{\partial \xi_j}\left[C_{ijml}(\xi)\frac{\partial N_{mnk}(\xi)}{\partial \xi_l} + C_{ijnk}(\xi)\right] = 0, \tag{6.22}$$

причем на ячейке периодичности выполнятюся условие

$$\langle N_{mnk}\rangle \qquad \frac{1}{Y}\int_Y N_{mnk}(\xi)\, d\xi = 0$$

и условия отсутствия разрывов локальных функций при переходе из одной ячейки периодичности в другую. Тогда в соответствии с [61] тензор эффективных модулей упругости по найденным локальным функциям получаем простым осреднением:

$$C^*_{ijnk} = \left\langle C_{ijml}(\bar{\xi})\frac{\partial N_{mnk}(\bar{\xi})}{\partial \xi_l} + C_{ijnk}(\bar{\xi})\right\rangle. \tag{6.23}$$

Итак, тензор напряжений σ^*_{ij} по теории эффективного модуля вычитсляется по формуле

$$\sigma^*_{ij} = C^*_{ijkl}\frac{\partial v_k}{\partial x_l}, \tag{6.24}$$

а с использованием локальных функций первого порядка—по формуле

$$\sigma_{ij} = C^{(0)}_{ijkl}(\xi)\frac{\partial v_k(r)}{\partial x_l}. \tag{6.25}$$

Здесь $C^{(0)}_{ijkl}(\xi)$—тензор модулей упругости нулевого приближения

$$C^{(0)}_{ijkl}(\bar{\xi}) = C_{ijpq}(\bar{\xi})\left[I_{pqkl} + \frac{\partial N_{pkl}(\bar{\xi})}{\partial \xi_q}\right], \tag{6.26}$$

где I_{pqkl}—единичный тензор четвертого ранга. Заметим, что эффективный тензор модулей упругости получается из тензора модулей упругости осреднением по ячейке периодичности:

$$C^*_{ijkl} = \langle C^{(0)}_{ijkl}(\bar{\xi})\rangle.$$

Подставляя выражение (6.26) в (6.25), получаем

$$\sigma_{ij} = C_{ijpq}(\bar{\xi})\left[\left(\frac{\partial N_{pkl}(\bar{\xi})}{\partial \xi_q} + I_{pqkl}\right)\frac{\partial v_k}{\partial x_l}\right]. \tag{6.27}$$

Очевидно мы получили запись закона Гука на микроуровне, причем сомножитель в квадратных скобках имеет смысл деформации. Итак, тензор деформации вычисляется по формуле

$$\varepsilon_{ij} = \left(\frac{\partial N_{pkl}(\bar{\xi})}{\partial \xi_q} + I_{pqkl}\right)\frac{\partial v_k}{\partial x_l}. \tag{6.28}$$

Формула (6.28) дает связь осредненных деформаций $\frac{\partial v_k}{\partial x_l}$ со структурными деформациями ε_{ij}. Введем новую локальную функцию

$$M_{pqkl}(\bar{\xi}) = \frac{\partial N_{pkl}(\bar{\xi})}{\partial \xi_q} + I_{pqkl}, \tag{6.29}$$

Тогда структурные напряжения и деформации будут определяться по формулам

$$\sigma_{ij} = C_{ijpq}(\bar{\xi}) M_{pqkl}(\bar{\xi}) \frac{\partial v_k(r)}{\partial x_l}, \tag{6.30}$$

$$\varepsilon_{ij} = M_{ijkl}(\bar{\xi}) \frac{\partial v_k(r)}{\partial x_l}. \tag{6.31}$$

Таким образом, все интересующие нас величины могут быть выражены через локальные функции M_{ijkl}, поэтому определение локальных функций N_{ijk} не обязательно. Переход к функциям M_{ijkl} связан с тем, что их определение требует решения задач на ячейке периодичности с обычными граничными условиями.

Введем обозначение для осредненных деформаций

$$e_{ij} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j}.$$

Тогда структурные деформации будут определяться соотношением

$$\varepsilon_{ij} \quad M_{ijkl}(\bar{\xi}) e_{kl}(r). \tag{6.32}$$

Это выражение указывает путь к вычислению локальных функций M_{ijkl}. Действительно, если создать в ячейке периодичности макрооднородное деформированное состояние, т. е. зафиксировать все компоненты тензора e_{ij}, то компоненты микродеформаций ε_{kl} дадут все компоненты тензора M_{klij} в любой точке ячейки.

Таким образом, для нахождения всех компонент функции $M_{ijkl}(\bar{\xi})$ необходимо решить последовательность краевых задач теории упругости на ячейке. Уравнения равновесия одинаковы для всех задач и имеют вид

$$\frac{\partial}{\partial \xi_j}\left[C_{ijkl}(\bar{\xi}) \frac{\partial U_k(\bar{\xi})}{\partial \xi_l}\right] = 0. \tag{6.33}$$

Граничные условия для каждой задачи выбираются таким образом, что только одна из компонент постоянного тензора осредненных деформаций e_{ij} отлична от нуля. Так как тензор деформаций имеет шесть независимых компонент, то получится шесть краевых задач, отличающихся граничными условиями. После решения полного набора задач функции M_{ijkl} рассчитываются по формуле

$$M_{ijkl}(\bar{\xi}) = \varepsilon_{ij}^{(kl)}(\bar{\xi}) e_{kl}^{-1}, \tag{6.34}$$

где $\varepsilon_{ij}^{(kl)}(\bar{\xi})$—поле деформаций, полученное при не равной нулю компоненте e_{kl}.

Рассмотрим теперь, какие конкретно граничные условия необходимо задать на ячейке периодичности, показанной на рис. 6.4, чтобы в каждом случае только одна из компонент тензора e_{ij} отличалась от нуля. Все компоненты можно разделить на две группы—линейные деформации e_{11}, e_{22}, e_{33} и деформации сдвига e_{12}, e_{23}, e_{13}. Деформации, линейные в i-м направлении, моделируются заданием на перпендикулярных к оси x_i гранях ячейки, показанной на рис. 6.4, постоянных перемещений в направлении внешней нормали. На других гранях нормальные перемещения равны нулю. Также равны нулю касательные усилия на всех поверхностях ячейки. Так как граничные условия симметричны, то можно перейти к упрощенной ячейке периодичности, показанной на рис. 6.5. Пример выбора граничных условий для упрощенной ячейки показан на рис. 6.6.

Сдвиговые деформации моделируются более сложно, так как они связаны с изменением формы ячеек. Вид деформированной

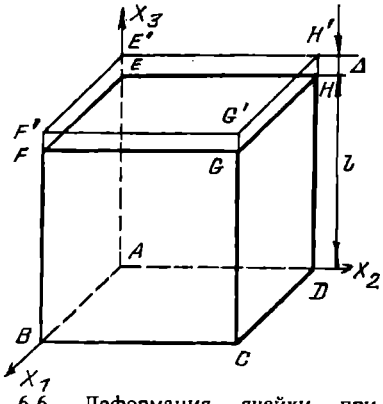


Рис. 6.6. Деформация ячейки при макроскопической деформации одноосного растяжения

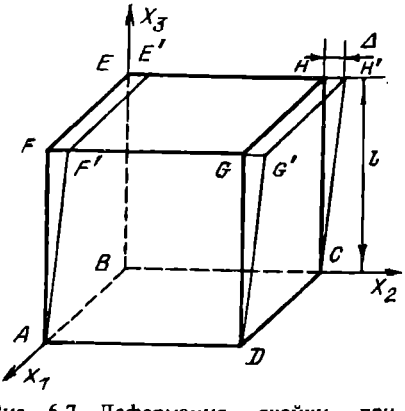


Рис. 6.7. Деформация ячейки при макроскопической деформации чистого сдвига в плоскости *23*

ячейки периодичности при чистом сдвиге в плоскости *2 3* (т. е. только $e_{23} = e_{32} \neq 0$) показан на рис. 6.7.

Граничные условия на всех гранях ячейки задаются законом парности касательных напряжений и должны обеспечивать сохранение плоскостности граней после деформирования. Осредненная деформация сдвига вычисляется по формуле

$$e_{23} = \Delta/(2l).$$

Решение каждой из шести задач позволяет также найти некоторые компоненты эффективного тензора жесткости C^*_{ijkl}:

1) C^*_{1111}, C^*_{2211} и C^*_{3311}, если $e_{11} \neq 0$;
2) C^*_{1122}, C^*_{2222} и C^*_{3322}, если $e_{22} \neq 0$;
3) C^*_{1133}, C^*_{2233} и C^*_{3333}, если $e_{33} \neq 0$;
4) C^*_{1212}, если $e_{12} \neq 0$;
5) C^*_{2323}, если $e_{23} \neq 0$;
6) C^*_{1313}, если $e_{13} \neq 0$.

Рассмотрим теперь постановку задачи для расчета эффективного коэффициента теплового расширения композита со структурой *3D*. Запишем физические уравнения, связывающие компоненты напряжений σ_{ij}, деформаций ε_{ij} и перепад температуры ΔT (разность между текущей температурой T и температурой деформированного состояния T_0),

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}(\varepsilon_{kl} - \alpha_{kl}\Delta T), \tag{6.35}$$

где $\alpha_{kl}(r)$—тензор структурных коэффициентов температурного расширения.

Температурное поле $\Delta T(r)$ находится из решения задачи теплопроводности и для несвязной задачи термоупругости является заданной функцией. В дальнейшем при решении термоупругой задачи на ячейке будем считать, что температура одинакова во всех точках ячейки.

Учитывая соотношения Коши для малых деформаций и подставляя (6.35) в уравнения равновесия, получаем систему уравнений в перемещениях:

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left[C_{ijkl}(r)\cdot\left(\frac{\partial u_k(r)}{\partial x_l} - \alpha_{kl}(r)\Delta T(r)\right)\right] = 0. \tag{6.36}$$

Граничные условия на ячейке периодичности, показанной на рис. 6.5, выбираем так, чтобы грани ячейки оставались плоскими при изменении температуры. Если структура материала сбалансированная, т. е. изменение температуры не вызывает макроскопических деформаций сдвига, то нормальные перемещения

постоянны в пределах каждой грани ячейки. В этом случае

1) понижения размерности задачи на единицу, т. е. число неизвестных пропорционально не объему тела, а его поверхности;

2) более простого разбиения на элементы: разбивается только поверхность.

Рассмотрим численную процедуру решения граничных задач механики деформируемого тела. Граничное интегральное уравнение запишем [13] следующим образом:

$$\int_{\Gamma} P^0_{ij}(\bar{\eta}, \bar{r}) U_j(\bar{r})\, d\Gamma(\bar{r}) = \int_{\Gamma} U^0_{i(j)}(\bar{\eta}, \bar{r}) p_j(\bar{r})\, d\Gamma(\bar{r}). \qquad (6.38)$$

[redacted]

Таким образом в интегральное уравнение (6.38) входят фундаментальные решения, которые известны для изотропных и трансверсально изотропных материалов. Вместо попытки найти решения уравнения (6.38) в явном аналитическом виде, что является трудной задачей, решить которую можно лишь для тел простой геометрии и несложных граничных условий, в методе граничных элементов используется численный подход. Основные этапы этого подхода можно определить следующим образом:

1) границу Г разбиваем на ряд элементов, на которых перемещения и усилия задаются в форме кусочных интерполирующих функций между узловыми точками элементов;

2) уравнение (6.38) записываем в дискретной форме для каждой точки $\bar{\eta}$ границы Г и вычисляем интегралы (обычно по схемам численного интегрирования) по каждому граничному элементу, в результате получаем систему N линейных алгебраических уравнений относительно N напряжений и N перемещений в узлах;

3) налагаем граничные условия и соответственно задаем N узловых величин (напряжения или перемещения в каждом узле и каждом направлении);

4) для нахождения остальных (неизвестных) граничных величин численными методами решаем систему с N неизвестными.

Предположим теперь, что граница разбита на элементы. По порядку аппроксимации перемещений и усилий они могут быть постоянными, линейными, квадратичными или более высокого порядка. Аппроксимируем величины U_i и p_i на каждом элементе с помощью интерполирующих функций

$$\begin{aligned} U_i &= \Phi_{ij} U_j^n, \\ p_i &= \Phi_{ij} p_j^n, \end{aligned} \tag{6.40}$$

где Φ_{ij}—базисные интерполирующие функции могут быть различными для U_i и p_i; U_j^n, p_j^n—узловые перемещения и напряжения.

Эти выражения можно подставить в уравнение (6.38), тогда в каждой точке $\bar{\eta}$ получим

$$\sum_{j=1}^{N} \left(\int_{\Gamma_j} p_{i(k)}^0 \Phi_{km} \, d\Gamma \right) U_m^n = \sum_{j=1}^{N} \left(\int_{\Gamma_j} U_{i(k)}^0 \Phi_{km} \, d\Gamma \right) p_m^n, \tag{6.41}$$

где Γ_j—поверхности j-го элемента, N—число элементов на поверхности тела.

Для вычисления интегралов обычно используется одна из схем численного интегрирования, например квадратурная формула Гаусса.

Отметим, что уравнения (6.41) представляют собой систему алгебраических уравнений для отдельного узла. Построив такую систему для каждого из узлов на поверхности и объединив их,

получим систему уравнений, связывающих перемещения и усилия во всех узловых точках поверхности.

Далее к этой системе необходимо добавить граничные условия. Затем систему уравнений необходимо преобразовать так, чтобы все неизвестные оказались в левой части. Тогда получим обычную систему N линейных алгебраических уравнений с N неизвестными. Решив эту систему, например методом Гаусса, получим полное решение во всех точках поверхности тела.

Одно из интересных свойств граничных элементов состоит в том, что базисные функции в выражениях (6.40), используемые для аппроксимации усилий и перемещений, могут быть постоянными внутри элемента. Хотя при этом возникают разрывы функций на общей границе элементов, «постоянный» элемент дает хорошие результаты для многих сложных задач [13]. Обычно именно его используют вместо более точных элементов. При необходимости увеличить точность можно увеличить порядок аппроксимации функций внутри элемента. При этом разрывы функций между элементами сохраняются. Это позволяет не накладывать условия совместности на границах между элементами.

Элементы могут быть изопараметрическими, т. е. те же узлы могут быть использованы для описания геометрии поверхности. Дополнительным преимуществом разрывных элементов является то, что можно легко сочетать элементы различных форм и разного порядка аппроксимации, поскольку не требуется выполнять условие совместности между элементами.

Перейдем теперь к конкретной численной реализации решения краевой задачи на ячейке периодичности с использованием метода граничных интегральных уравнений. Армирующие волокна в УУКМ обладают трансверсальной изотропией. Поэтому необходимо иметь фундаментальное решение для среды с таким типом анизотропии. Фундаментальные перемещения для трансверсально изотропной среды определены в работе [53]. Эти выражения из-за громоздкости здесь не приводятся. Смысл их показывает формула

$$U_i(\bar{r}) = U^0_{i(j)}(\bar{r}, \bar{\eta})\, f_j(\bar{\eta}), \tag{6.42}$$

где $U_i(\bar{r})$—перемещения в точке с координатами $\bar{r}$, $f_j(\bar{\eta})$—усилия в точке с координатами $\bar{\eta}$, $U^0_{i(j)}$—тензор фундаментальных перемещений, показывающий связь между усилиями в точке $\bar{\eta}$ и перемещениями в точке $\bar{r}$.

Покажем, как из формулы (6.42) можно получить фундаментальные решения для усилий.

Продифференцируем перемещения в выражении (6.42) и, используя закон Гука, перейдем к напряжениям, после умножения которых на вектор внешней нормали $\bar{n}$ в конкретной точке поверхности, получим

$$p^0_{lj}(\bar{r}, \bar{\eta}) \qquad C_{lmik}(\bar{r})\, \frac{\partial U^0_{i(j)}(\bar{r}, \bar{\eta})}{\partial x_k}\, n_m(\bar{r}). \tag{6.43}$$

При конкретной реализации проводят численное дифференцирование тензора фундаментальных решений $u^0_{i(j)}$ в данной точке и умножение его на тензор жесткости C_{ijkl} и вектор внешней нормали n_m.

Рассмотрим теперь конфигурацию ячейки периодичности. Упрощенная ячейка, приведенная на рис. 6.5, все же требует слишком больших ресурсов ЭВМ. Существенного уменьшения числа граничных элементов, и, соответственно, числа неизвестных можно достигнуть при переходе к прямоугольным волокнам, так как прямоугольные волокна можно описать небольшим числом плоских граничных элементов. Один из вариантов ячейки с такими волокнами показан на рис. 6.8. Такая ячейка позволяет менять форму волокон (отношение размеров в поперечной плоскости) и относительную концентрацию волокон разных направлений. Недостатком этой ячейки является обязательный контакт волокон друг с другом. Следствием этого является зависимость доли матрицы (см. рис. 6.8, *IV*) от относительных долей волокон всех направлений. В то же время многие реальные композиты с пространственным армированием имеют плотную упаковку, т. е. волокна в них также соприкасаются друг с другом. Эта модель ячейки периодичности позволяет описать достаточно большой класс композиционных материалов со структурой типа 3*D*. Рассмотрим более подробно геометрические характеристики ячейки, изображенной на рис. 6.8.

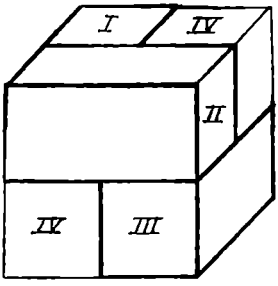


Рис. 6.8. Ячейка материала со структурой 3*D* и прямоугольными волокнами

Тот факт, что в модели используются прямоугольные волокна, не позволяет напрямую задавать объемные доли направлений такими же, как в композите с круглыми волокнами. Однако в модель можно заложить отношение объемов всех направлений друг к другу.

Пусть волокна направления *I* на рис. 6.8 имеют квадратную форму, а волокна направлений *II* и *III*—прямоугольные с отношением высоты к ширине 1:2. Причем волокна направлений *II* и *III* имеют объемы в два раза меньшие объема направления I. Тогда можно определить геометрические характеристики ячейки, показанной на рис. 6.8.

Для объемов волокон направлений с учетом формы

$$V^I = A^2(C + E),\ V^{II} = 2C^2(A + 2E),\ V^{III} = 2E^2(A + 2C), \quad (6.44)$$

$$V^{II} \quad V^I/2, \quad V^{III} = V^I/2, \quad (6.45)$$

т. е. мы имеем все геометрические характеристики ячейки, выраженные через один произвольно выбираемый параметр:

$$B = A,\ C = A\frac{\sqrt{5}-1}{4},\ D = A\frac{\sqrt{5}-1}{2},\ E = C,\ F = D. \quad (6.46)$$

По этим характеристикам можно также получить относительный объем матрицы (*IV*), соответствующий геометрическим параметрам. Он будет составлять около 12 % для описанного примера.

Аналогично приведенному выше производится определение геометрических характеристик ячейки с произвольными относительными долями волокон различных направлений.

Усложнение ячейки может быть сделано введением прослоек матрицы между волокнами разных направлений. В этом случае можно получить точное совпадение абсолютных объемных долей волокон всех направлений в модели и в реальном материале. Однако при численном решении краевой задачи для такой ячейки несколько увеличивается число неизвестных и отсутствует возможность определения напряжения при контакте двух волокон.

Рассмотрим теперь, как производится дискретизация при решении краевой задачи на ячейке методом граничных интегральных уравнений. Для этого ячейку делят условно на отдельные блоки, таким образом, чтобы тензор модулей упругости был постоянным внутри каждого блока. Применительно к ячейке, показанной на рис. 6.8, это три блока волокон (трех направлений) и два блока матрицы. Заметим, что ячейка с прослойками матрицы между волокнами распадается на большее число блоков. На граничные элементы разбиваются поверхности всех полученных блоков. При этом в местах контакта блоков разбиение должно быть согласованным, т. е. граничный элемент на одном блоке должен точно накладываться на соответствующий граничный элемент смежного блока. Пример разбиения поверхности одного из блоков—волокна направления *II* приведен на рис. 6.9 в виде развертки. Разбиение других блоков производится аналогично.

Следующий этап решения краевой задачи—построение систем уравнений для всех блоков в отдельности. Для этого необходимо вычислить интегралы от фундаментальных решений (6.42) и (6.43) по всем граничным элементам блоков. Интегрирование осуществляется численно с использованием квадратурных формул Гаусса. При разбиении волокон по схеме, приведенной на рис. 6.9, размер коэффициентов матрицы составляет 60x120 элементов при кусочно-постоянном восполнении функций на граничных элементах.

После вычисления матриц коэффициентов влияния для всех блоков-подобластей ячейки производится объединение этих матриц в одну глобальную матрицу. Производится учет граничных условий для каждого блока, причем на поверхности смежных блоков задаются условия контакта. Задавая различные условия, можно моделировать как идеальный контакт, так и различные случаи проскальзывания и отрыва волокон и матрицы. Это позволяет изучать различные процессы структурного разрушения и устанавливать критерии разрушения для сложного напряженного состояния при произвольно задаваемых прочностных свойствах как отдельно волокон и матрицы, так и адгезионного слоя между ними.

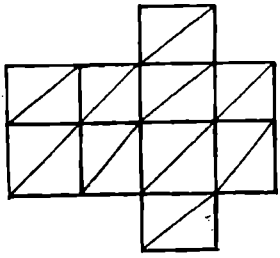


Рис. 6.9. Развертка поверхности волокна, разбитой на граничные элементы

Сформированная глобальная матрица имеет при описанном выше разбиении размер 252x252 элемента. Такую систему линейных алгебраических уравнений еще можно решать методом исключения Гаусса, но в связи с тем, что увеличение точности дискретизации приведет к значительному росту системы, был разработан специальный итерационный алгоритм на основе метода Гаусса—Зейделя. Этот алгоритм позволяет получить решение более быстро, чем при решении методом исключения Гаусса.

В результате решения системы получаем все компоненты усилий и перемещений как на внешней поверхности ячейки периодичности, так и на всех внутренних поверхностях раздела волокон и матрицы. Напряжения и деформации во внутренних точках волокон и матрицы можно найти теперь, используя соотношения Сомильяны [9].

6.7. Эффективные свойства ортогонально армированных композитов

Ниже приведены результаты расчетов эффективных термоупругих свойств УУКМ со структурой $2D$ и $3D$.

Свойства материала, армированного в двух направлениях (рис. 6.10), рассчитаны методом осреднения жесткостей с использованием метода граничных элементов в задаче микромеханики для ячейки периодичности однонаправленного композита.

Параметры структуры УУКМ:

Коэффициент армирования по основе.....0,81
Коэффициент армирования по утку.....0,64
Объемная доля слоев основы.....0,34
Объемная доля слоев утка.....0,66

Свойства компонентов:

Матрица (пирографит)

Модуль Юнга..... $E = 0{,}66$ ГПа
Коэффициент Пуассона..... $\vartheta = 0{,}11$
КТР..... $\alpha = 3{,}5 \cdot 10^{-6}$ град$^{-1}$
Пористость..... $C_p = 0{,}07 \div 0{,}11$

Армирующие нити (изотропные)

Модуль Юнга..... $E = 30$ ГПа
Коэффициент Пуассона..... $\vartheta = 0{,}25$
КТР..... $\alpha = 2{,}9 \cdot 10^{-6}$ град$^{-1}$

Армирующие нити (трансверсально-изотропные)

Модуль Юнга..... $E_L = 30$ ГПа

Модуль Юнга..... $E_T = 0{,}65$ ГПа

Модуль сдвига..... $G_{TT} = 0{,}26$ ГПа

Модуль сдвига..... $G_{LT} = 0{,}54$ ГПа

Коэффициент Пуассона..... $\vartheta_{LT} = 0{,}30$

КТР..... $\alpha_L = -4{,}0 \cdot 10^{-6}$ град$^{-1}$

КТР..... $\alpha_T = 6{,}4 \cdot 10^{-6}$ град$^{-1}$

Свойства компонентов определены из экспериментальных данных с учетом коэффициентов реализации. Например, модуль волокон УРАЛ-Н-22 ткани «Кубин» $E = 80$ ГПа. Нить содержит 6600 волокон, что с учетом содержания волокон в науглероженной нити и модели пучка волокон Халфина—Цая приводит к оценке для модуля нити $E = 25 \div 40$ ГПа.

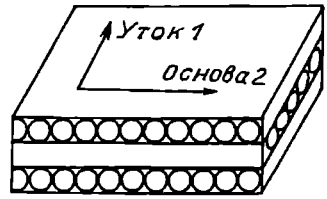


Рис. 6.10. Структурированный элементарный слой УУКМ, армированный в двух взаимно ортогональных направлениях

В табл. 6.3 приведены числовые значения эффективных упругих характеристик и коэффициентов теплового расширения ортотропного углерод-углеродного композита на основе ткани «Кубин». В обозначении эффективных величин направление *1* для композита совпадает с направлением основы ткани, направление *2*—с направлением утка, а направление *3*—перпендикулярно к слоям ткани. Экспериментальное значение эффективного модуля Юнга композита в направлении основы $E^*_{\text{осн}} = 9{,}4$ ГПа. Сравнение расчетного и экспериментального значений свидетельствует об удовлетворительном совпадении.

Таблица 6.3

Упругие характеристики и коэффициенты теплового расширения УУКМ со структурой 3*D*, рассчитанные для трансверсально-изотропных (*A*) и изотропных (*B*) волокон

Волокно	Модуль Юнга, ГПа			Модуль сдвига, ГПа		
	E^*_1	E^*_2	E^*_3	G^*_{12}	G^*_{13}	G^*_{23}
A	9,04	13,43	0,75	0,47	0,34	0,386
B	10,75	14,39	3,91	8,45	4,42	5,82
Волокно	Коэффициент Пуассона			Коэффициент теплового расширения		
	ϑ^*_{12}	ϑ^*_{13}	ϑ^*_{23}	α^*_1	α^*_2	α^*_3
A	0,035	0,051	0,043	3,84	1,21	2,77
B	0,074	0,051	0,045	3,00	2,98	3,04

Свойства материала, армированного в трех взаимно ортогональных направлениях (см. рис. 6.8), характеризуемого отношением коэффициентов армирования по трем направлениям 2:2:3,

определены из решения задачи методом граничных элементов для полной ячейки периодичности. При расчете эффективных свойств учитывалась их зависимость от температуры. Термоупругие свойства компонентов приведены в табл. 6.4, а упругие свойства и коэффициенты линейного теплового расширения УУКМ при различной температуре—в табл. 6.5.

Таблица 6.4

Термоупругие свойства компонентов

Свойство	Температура, °С		
	[illegible]	[illegible]	[illegible]

ГЛАВА 7

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПРОЧНОСТИ УГЛЕРОД-УГЛЕРОДНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

7.1. Определение несущей способности композитных материалов на основе структурно-феноменологического подхода

Разнообразие схем армирования УУКМ, большая стоимость материала, работа конструкций при высоких и сверхвысоких давлениях и температуре требуют надежного прогнозирования механического поведения и несущей способности проектируемого изделия в реальных условиях эксплуатации. Вследствие этого существенно возрастает актуальность задачи по разработке математических моделей деформирования и разрушения углеродных композитов и конструкций на их основе. Повышение точности определения прочностных свойств возрастает для УУКМ в связи с тем, что, во-первых, материал и конструкция создаются одновременно в рамках единого технологического процесса, во-вторых, композиты на основе углерода обладают более значительным разбросом структурных и механических характеристик по сравнению с волокнистыми пластиками. Существенное влияние на макроскопическое поведение конструкции оказывают такие тонкие эффекты микромеханики как неоднородность и анизотропия свойств структурных элементов (углеродных волокон и матрицы), пористость материала, особенности технологических процессов создания конструкций. Практика проектирования изделий из УУКМ показала, что расчеты на прочность, проводимые по традиционным методикам, существенно занижают допустимые нагрузки.

Наличие такой погрешности объясняется тем, что оценка несущей способности осуществляется на основе макроскопической (локальной) прочности материала или в лучшем случае слоя. При этом коэффициенты, входящие в феноменологические критериальные соотношения, определяют на основе испытаний анизотропных макрообразцов, которые отражают свойства этого образца конструкции. В этом случае можно говорить лишь о механических характеристиках, которыми обладает данный образец, а не

материал конструкции. Кроме того, для углерод-углеродных композитов критерии прочности имеют различный вид в зависимости от знака напряжений. Разнообразие схем армирования затрудняет использование критериев прочности на макроскопическом уровне из-за необходимости определения в каждом случае большого числа коэффициентов, входящих в критериальные соотношения.

В связи с этим прогнозирование несущей способности композитных материалов наиболее эффективно проводить в рамках структурно-феноменологического подхода, согласно которому оценка прочности на каждом структурном уровне осуществляется с учетом информации о разрушении на нижележащем уровне на основе критериальных соотношений.

Сложность объекта исследования, большие объемы данных о геометрии углерод-углеродной конструкции и структуре композитного материала, схемах нагружения, свойствах компонентов структуры, реализации этих свойств в композитном материале и свойствах композита в конструкции приводят к необходимости в системном подходе к решению данной проблемы. Вполне естественным, с этой точки зрения, является путь создания многоуровневых моделей иерархического типа (компоненты структуры—композитный материал—конструкция). Характерная особенность построения данных моделей состоит в том, что для каждого уровня разрабатывается соответствующая математическая модель, исходная информация для которой получена с предшествующего более низкого уровня. Результатом моделирования являются данные, необходимые для последующего анализа модели более высокого уровня.

В двух последующих главах исследуется механическое поведение конструкций из углеродных материалов. Для их анализа разработана многоуровневая структурно-феноменологическая мо-

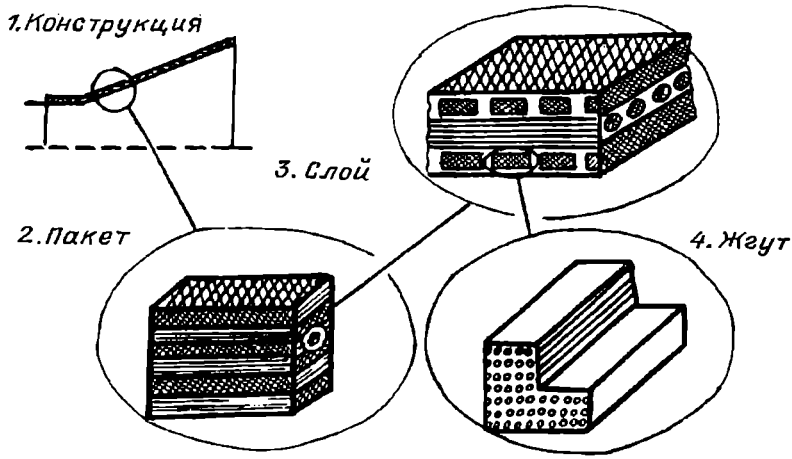


Рис. 7.1. Схема анализа элементов конструкций на основе УУКМ

дель, укрупненная схема которой приведена на рис. 7.1 и включает следующие уровни анализа:

1) конструкция—тонкостенная осесимметричная оболочка или тело вращения из УУКМ, подверженное действию нестационарных нагрузок;

2) пакет—слоистый композит, работающий в условиях внутрислойного растяжения—сжатия, изгиба и межслойного сдвига;

3) слой—слой углеткани в углеродной матрице, работающий в условиях плоско-напряженного состояния (структура слоя определяется расположением нитей основы и утка ткани);

4) жгут, углеволокно—нить основы или утка (однонаправленный УУКМ), армированная элементарными углеволокнами (филаментами) углеродная матрица;

5) компоненты структуры—высокопрочные углеродные волокна и углеродная матрица.

Построение моделей деформирования и разрушения структурно-неоднородных материалов и конструкций из них начинается, как правило, с выделения уровней, связанных с характерным элементом структуры, и выявления неоднородности физико-механических свойств рассматриваемого композита. При этом предполагаются известными свойства компонентов структуры композиционного материала, их геометрия, порядок чередования, что является основой для построения моделей более высокого уровня.

7.2. Статистическая оценка прочности пучков углеродных нитей с учетом глубины пропитки

Рассмотрим углеродную нить, состоящую из большого числа филаментов. Оценим прочность непропитанного волокна по параметрам прочности филаментов. В этом случае волокно следует рассматривать как несвязанный пучок филаментов.

Используем правило смеси. Пусть прочность филаментов задана статистической функцией распределения $f(\sigma_в^f)$, являющейся результатом испытаний филаментов определенной длины на разрыв. В предельном случае, когда прочность всех филаментов одинакова, функцией распределения является функция Дирака [70]. В этом случае при нагружении нити в направлении расположения филаментов разрушение волокна произойдет мгновенно, как только продольная деформация достигнет предельно допустимого значения. Прочность волокна будет определяться объемной долей V_f и средней прочностью $\langle\sigma_в^f\rangle$ филаментов и может быть определена следующим образом:

$$\sigma_в^b = V_f\langle\sigma_в^f\rangle. \tag{7.1}$$

Например, прочность филаментов углеродного волокна Урал-Н $\sigma_в^f$ лежит в пределах 1600 ± 100 МПа, где $\langle\sigma_в^f\rangle$—средняя прочность

филаментов на разрыв на некоторой базовой длине испытаний. Если считать, что филаменты в поперечной плоскости волокна образуют гексагональную упаковку с предельным объемным содержанием филаментов V_f, равным 0,907 [65], то средняя прочность волокна $\sigma_в^b$ будет равна 1450 МПа. Для случайного размещения филаментов предельная объемная доля составляет $V_f \approx 0{,}81$, а прочность углеродного волокна, соответственно, $\sigma_в^b =$ 1300 МПа. Как видно, для случайной упаковки (наиболее вероятной в реальном волокне) расчетная прочность волокна попадает в интервал экспериментально определенной прочности углеволокна Урал-Н ($\sigma_в^b = 1000 \div 1400$ МПа).

Как отмечено в работе [67], расчет средней прочности по правилу смесей в общем случае не соответствует фактическому разрушению. Так, значения прочности при испытании волокон разной длины различны и полученный выше удовлетворительный результат прогнозирования прочности является случайным и, скорее всего, обусловлен незначительным разбросом прочности выбранной партии филаментов и существенной дисперсией прочности волокна. Разброс значений может быть следствием иных факторов, например наличием дефектов на поверхности филаментов.

Рассмотрим модель наислабейшего звена. Будем считать, что прочность филаментов на растяжение распределена в соответствии со статистическим законом Вейбулла

$$F(\sigma_в^f) = 1 - \exp(-\alpha\sigma^\beta), \tag{7.2}$$

где α, β—параметры распределения. Будем считать, что прочность волокна определяется прочностью наиболее слабых звеньев (филаментов), т. е. волокно разрушается при развитии трещины от локального источника (модель слабейшего звена). Тогда функция распределения прочности волокна, состоящего из n филаментов имеет [26] следующий вид:

$$G_n(\sigma) = 1 - \exp(-V\alpha\sigma^\beta) \tag{7.3}$$

с модой (наиболее вероятным значением прочности)

$$\sigma_n = (\alpha V)^{-1/\beta}[1 - (1/\beta)]^{1/\beta} \tag{7.4}$$

Данная модель применима, если считать волокно абсолютно хрупким. Уравнение (7.4) представляет собой математическую формулировку масштабного эффекта прочности, который заключается в том, что прочность материала уменьшается с увеличением его объема V. В нашем случае $V = nl$, где l—базовая длина волокна, на которой проводились испытания. Таким образом, чем толще волокно и больше его длина, тем меньше прочность.

Более вероятно, что разрушение волокна произойдет при разрыве m наиболее слабых филаментов с пределом прочности

менее $\sigma^f_{\min}$. В этом случае функция распределения прочности волокна [30] будет иметь вид

$$G^m_n(\sigma) = \exp(-\alpha V \sigma^\beta) \sum_{k=m}^{\infty} (\alpha V \sigma^\beta)^k / k!, \qquad (7.5)$$

с модой

$$\sigma_m \quad (\alpha V)^{-1/\beta} [m - (1/\beta)]^{1/\beta} \qquad (7.6)$$

Для оценки прочности волокна при использовании соотношений (7.4) и (7.6) необходимо знать параметры распределения α и β для филаментов, а для модели (7.6) необходимо задать еще значение m на основе каких-либо физических соображений. Приближенную оценку прочности волокна в рамках рассмотренной модели можно сделать, задавая значение $\sigma^f_{\min}$ (например, для углеродного волокна как минимальное значение из интервала прочности филаментов). Для углеволокна Урал-Н $\sigma^f_{\min} = 1500$ МПа. Тогда значение прочности волокна с предельной гексагональной упаковкой филаментов $\sigma^b_в = 1360$ МПа, прочность волокна с предельной случайной упаковкой филаментов $\sigma^b_в = 1220$ МПа.

В модели пучка, моделируя разрушение несвязного пучка филаментов (непропитанного пучка), предполагаем, что слабейший элемент окружен филаментами, прочность которых достаточна для восприятия дополнительных напряжений, возникающих в результате разрушения слабейшего филамента, причем напряжения перераспределяются равномерно на все неразрушенные элементы пучка [67]. Пусть прочность отдельного филамента соответствует модели слабейшего звена, тогда функция распределения прочности описывается законом Вейбулла

$$F_l(\sigma) \quad 1 - \exp(-\alpha l \sigma^\beta), \qquad (7.7)$$

где l—длина филамента. Для распределения (7.7) среднее значение $\langle \sigma^f_в \rangle$ и дисперсия D^2 прочности имеют следующий вид:

$$\langle \sigma^f_в \rangle = (\alpha l)^{-1/\beta} \Gamma[1 + (1/\beta)], \qquad (7.8)$$

$$D = (\alpha l)^{-1/\beta} \{\Gamma[1 + (2/\beta)] - \Gamma^2(1 + 1/\beta)\}^{1/2}, \qquad (7.9)$$

где $\Gamma(...)$—гамма-функция [47].

Классическое определение прочности пучка связано с минимальным уровнем напряжений, при котором последовательное разрушение филаментов, возникающее в результате перераспределения напряжений, вызванных разрушением слабейших элементов, приводит к полному разрушению пучка. Распределение

прочности пучка (непропитанного волокна) при большом числе филаментов (в пределе $n \to \infty$) стремится к нормальному распределению с математическим ожиданием

$$\langle \sigma_{\text{в}}^{b} \rangle = \sigma_m [1 - F_l(\sigma_m)], \tag{7.10}$$

где σ_m определяется как экстремум (максимум) функции $\sigma[1 - F(\sigma)]$ и вычисляется путем решения уравнения

$$\frac{d}{d\sigma} [\sigma(1 - F(\sigma)] = 0. \tag{7.11}$$

Мода и среднее значение прочности волокна, которые в результате нормальности распределения совпадают, определяются выражением

$$\langle \sigma_{\text{в}}^{b} \rangle = (l\alpha\beta e)^{-1/\beta}, \tag{7.12}$$

где e—основание натурального логарифма. Выражение (7.12) показывает, что прочность волокна снижается с увеличением длины филамента. Очевидно, можно указать такую базовую длину l, при которой прочность волокна, определяемая согласно выражению (7.12), будет меньше значения прочности, рассчитанного по модели слабейшего звена (7.6), а в пределе совпадает с величиной, полученной по формуле (7.4).

Многие авторы [26, 30, 70] считают, что модель классического пучка описывает разрушение таких материалов, в которых физически присутствуют несвязанные элементы типа волокон, например, полимерных нитей, где роль волокон играют длинные молекулярные цепочки (фибриллы). При этом разрушение происходит путем последовательного разрыва фибрилл и дальнейшего перераспределения нагрузки на неразрушенные цепочки вплоть до полного разрушения волокна [67].

Из рассмотренных выше моделей разрушения для углеродного волокна наиболее приемлема модель классического пучка. Действительно, углеволокно состоит из большого числа филаментов (~ 8000 для волокна марки Урал-Н), которые, если пренебречь влиянием закрутки нити, можно считать несвязанными. Для дальнейших расчетов определим параметры прочности филаментов, считая, что вид функции распределения задан выражением (7.7), а средняя прочность волокна соответствует модели классического пучка (7.12) для базовой длины испытаний l. Отношение средней прочности филаментов в волокне к средней индивидуальной прочности филаментов с учетом соотношений (7.8) и (7.12) есть

$$\gamma = \frac{\langle \sigma_{\text{в}}^{b} \rangle}{\langle \sigma_{\text{в}}^{f} \rangle} = \frac{(\beta e)^{-1/\beta}}{\Gamma(1 + 1/\beta)}. \tag{7.13}$$

Так, для углеволокна Урал-Н $\gamma = 0{,}7$ при $\beta = 10$. Из выражения (7.13) получаем

$$(\alpha l)^{-1/\beta} = 168{,}2.$$

Теперь для определения значения α необходимо знать только длину l—базовую длину испытания филаментов на растяжение. Комплекс $(\alpha l)^{-1/\beta}$ можно рассматривать как некоторый относительный уровень напряжений для длины l.

В модели пропитанного пучка пропитанное волокно можно рассматривать как однонаправленный волокнистый композит, в котором роль водокон играют филаменты. Если функция плотности распределения прочности филаментов имеет вид (7.7), то для очень большого числа филаментов средняя прочность волокна определяется [70] как

$$\sigma^* = V_f(\alpha\delta\beta e)^{-1/\beta}, \tag{7.14}$$

где δ—неэффективная длина филамента. В соответствии с этой моделью волокно представляется как цепь пучков филаментов критической длины 2δ, причем при разрушении филаменты не выходят из строя полностью, а дробятся до критической длины. Волокно разрушается при условии возникновения в некотором его сечении достаточного числа разрушений. В этой модели основное влияние на разрушение оказывает неэффективная длина филамента δ, характеризующая изменение поля напряжений вблизи концов разорванных филаментов. Основное отличие процесса разрушения пропитанного волокна от разрушения несвязанного пучка филаментов заключается в том, что разрушение отдельных филаментов в пропитанном волокне приводит к перераспределению нагрузки на филаменты, расположенные вблизи разрыва. В модели пучка принимается, что после первого разрыва филамент нагрузку не несет. Неэффективная длина филамента, по аналогии с волокном в однонаправленном композите, определяется как расстояние от разрыва до сечения филамента, в котором напряжение достигает величин $\varphi\sigma^f$ [67]

$$\frac{\delta}{r_f} = \left(\frac{E_f}{G_m}\frac{1 - V_f^{1/2}}{V_f^{1/2}}\right)^{1/2} \operatorname{arcch}\frac{1 + (1-\varphi)^2}{2(1-\varphi)}. \tag{7.15}$$

При $\varphi = 0{,}9$, когда на неэффективной длине достигается 90 % среднего напряжения в неразрушенных филаментах [70], будем

сматриваемом случае необходимо брать для гексагональной упаковки.

Вероятности $P_{4,3}$, $P_{5,4}$ определяются по аналогичным формулам. Вероятность образования в структуре n_0 элементов, по крайне мере, одного разрыва величиной не менее m определяется по следующей зависимости:

$$W_m \quad 1 - \exp(-P_m n_0). \tag{7.20}$$

При достаточно большом значении m получим некоторую предельную кривую, определяющую вероятность появления макроразрыва. Задавая значение W_m и используя приведенные зависимости, можно рассчитать значение разрушающего напряжения и предельный уровень повреждаемости в зависимости от размера образца (числа n_0). В результате расчетов для различных длин волокон получено, что для углепластика при $m > 40$ (предельное повреждение) всегда наступает разрушение вследствие развития макродефекта [67]. Таким образом фаза дисперсного разрушения продолжается до образования дефекта критического размера. В модели (7.14), в отличие от выражений (7.17)—(7.20), разрушение наступает тогда, когда сумма распределенных дефектов достигает определенного критического значения.

Обе рассмотренные модели описывают накопление повреждений в волокнистом композите (дисперсное и развитие макродефекта) и качественно совпадают. Поэтому для качественной оценки влияния пропитки на прочность волокна рассмотрим более простую модель (7.14). В этом случае для средней прочности пропитанного волокна с использованием соотношений (7.12) и (7.14) получим

$$\sigma^* \quad V_f(\alpha\delta\beta e)^{-1/\beta} = V_f \sigma_{\text{в}}^{b}(\delta/l)^{-1/\beta} \tag{7.21}$$

Из (7.12) следует, что $\sigma_{\text{в}}^{b} = 1200$ МПа, $\delta = 15$ мкм.

На рис. 7.2 показаны зависимости прочности пропитанного волокна от базовой длины испытания непропитанного волокна (пучка). Например, если считать, что средняя прочность углеволокна $\sigma_{\text{в}}^{b} = 1200$ МПа получена на длине испытания 5 см (стандартная база испытания волокон b [81]), то прочность пропитанного волокна должна быть примерно в два раза выше прочности пучка. Подобные кривые однонаправленного волокнистого композита известны как характеристики потенциальной прочности [70]. Приведенные на рис. 7.2 зависимости показывают, что отношение прочности пропитанного волокна к прочности пучка филаментов может превышать единицу, если база испытания пучка намного больше неэффективной длины филамента. Потенциальная прочность волокон в композите ограничена исключительно средней прочностью элементарных звеньев неэффективной

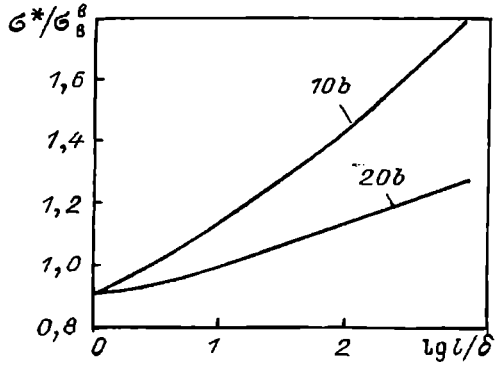


Рис. 7.2. Зависимость прочности углеволокна от базовой длины испытания пучка

длины. Они, разумеется, значительно короче, чем любые испытываемые филаменты, и, следовательно, значительно прочнее их. В модели накопления повреждений конечным результатом является прочность пропитанного волокна, которая может быть выше прочности составляющих его филаментов, если их прочность измерялась на достаточно значительной длине. Данный результат отличается от значения прочности, получаемого для волокна из филаментов с постоянной прочностью. Для этого случая, как показано выше, будет справедливо правило смеси

$$\sigma^* \quad \langle\sigma_в^f\rangle[V_f + (1 - V_f)E_m/E_f], \tag{7.22}$$

где E_m, E_f—жесткость матрицы и филаментов соответственно. Так как $E_m \ll E_f$, прочность пропитанного волокна, рассчитанная с использованием выражения (7.22), практически совпадает с прочностью пучка и не превышает прочности филаментов.

Рассмотрим модель волокна с учетом глубины пропитки. Выше рассматривалась прочность полностью пропитанных волокон. В зависимости от параметров конкретного технологического режима волокно в композите может быть пропитанным связующим частично или совсем непропитанным (рис. 7.3).

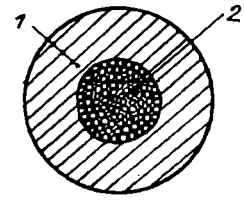


Рис. 7.3. Поперечное сечение углеволокна: *1*—пропитанная часть волокна; *2*—непропитанная часть волокна

Пусть $V_п$—объемная доля пропитанной части волокна. По правилу смеси (аналогично прогнозированию прочности однонаправленного композита [26]) для частично пропитанного волокна с учетом соотношений (7.1) и (7.22)

$$\sigma_п^* = \sigma^* V_п + \sigma_в^b(1 - V_п) =$$

$$= \langle\sigma_в^b\rangle[V_f + (1 - V_f)E_m/E_f]V_п + \langle\sigma_в^f\rangle V_f(1 - V_п) =$$

$$= \langle\sigma_в^f\rangle(V_f + V_п(1 - V_f)E_m/E_f). \tag{7.23}$$

С учетом статистической оценки прочности пропитанного непрерывного пучка филаментов в соответствии с (7.12) и (7.21)

$$\sigma_{\text{п}}^{*} = (1 - V_{\text{п}})\sigma_{\text{в}}^{b} + V_{\text{п}}\sigma^{*} = (1 - V_{\text{п}})\sigma_{\text{в}}^{b} + V_{\text{п}}\sigma_{\text{в}}^{b} V_f (\delta/l)^{-1/\beta} =$$

$$= \sigma_{\text{в}}^{b}[1 + V_{\text{п}}(V_f(\delta/l)^{-1/\beta} \quad 1)] =$$

$$= \langle \sigma_{\text{в}}^{f} \rangle \gamma (1 + V_{\text{п}}(\zeta - 1)), \quad (7.24)$$

где γ—реализация прочности филаментов в несвязанном пучке (7.13), $\zeta = V_f (\delta/l)^{-1/\beta}$ На рис. 7.4 показана прочность углеволокна в зависимости от степени пропитки.

Как видно из рис. 7.4 существует определенная степень

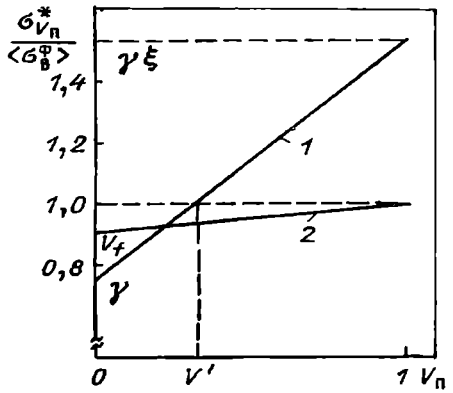


Рис. 7.4. Зависимость прочности углеволокна от степени пропитки: *1*— статистическая оценка; *2*—правила смеси

пропитки V', при которой прочность волокна совпадает со средней прочностью филаментов. Заметим, что при $\gamma\zeta < 1$ для некоторой базовой длины филаментов l можно получить оценку параметра распределения β, при котором прочность волокна будет меньше средней прочности филаментов при любой объемной доле пропитки. В этом случае из соотношения (7.13)

$$\frac{V_f (\beta e l/\delta)^{1/\beta}}{\Gamma(1 + 1/\beta)} < 1. \quad (7.25)$$

Неравенство (7.25) будет выполняться в двух случаях (с учетом особенности поведения гамма-функции): либо при значениях β, меньших некоторого значения β_1, либо при β, большем некоторой величины β_2. Отметим, что параметр формы β в распределении Вейбулла характеризует степень статистического разброса: чем меньше β, тем больше дисперсия.

Наличие нижней границы β_1 означает, что при увеличении разброса свойств филаментов прочность волокна падает и при

$\beta \le \beta_1$ не может превышать прочности филаментов. Это вполне согласуется с экспериментальными и теоретическими данными для прочности однонаправленных композитов [67]: чем больше разброс прочности волокон, тем меньше прочность однонаправленного композита.

Наличие некоторой верхней границы β_2 вроде бы противоречит предыдущему утверждению. На самом деле в рамках рассматриваемой модели никакого противоречия нет. Большое значение β означает практически отсутствие разброса прочности филаментов, т. е. функция распределения при $\beta \ge \beta_2$ стремится к дельта-функции Дирака [70] и зависимость (7.24) в пределе переходит в соотношение правила смеси, которое, как это показывает выражение (7.23), дает среднее значение прочности волокна, меньшее прочности филаментов при любой объемной доле пропитанной части волокна (см. рис. 7.4).

Таким образом, для рассмотриваемого углеродного волокна теоретические оценки прочности порядка1200—2500 МПа в зависимости от доли пропитки. В реальном материале экспериментально определяемая разрывная нагрузка на одно волокно составляет 300 Н, что при диаметре волокон $d = 0{,}5$ мм соответствует реализации прочности углеволокна в углерод-углеродном композите примерно 150 МПа. Это значение намного ниже прогнозируемой прочности тех же волокон. Естественно предположить, что теоретическая прочность волокон в композите не реализуется из-за наличия дефектов как в самом волокне, так и в матрице. Формы и размеры дефектов зависят от исходного сырья, технологических режимов получения компонентов и композита в целом [40, 41, 51]. При этом наиболее опасным в большинстве случаев являются дефекты типа трещин.

7.3. Анализ взаимодействия трещин с углеволокном в композите

При растяжении композита вдоль направления армирования наибольшее влияние на прочность оказывают трещины нормального отрыва [73] (см. рис. 7.5). Для возникновения такой трещины под действием постоянной нагрузки напряжение в матрице должно достигнуть по меньшей мере величины нормального разрушающего напряжения. Учитывая дефектность матрицы, можно предположить, что трещина возникнет даже при напряжениях, меньших предела прочности углеродной матрицы ($\sigma_{\text{в}}^{m} = 60$ МПа). В рамках линейной механики разрушения энергетический критерий роста трещины нормального отрыва имеет вид

$$G_1 \ge G_{1c}, \tag{7.26}$$

где G_1—интенсивность освобождения энергии деформирования в процессе роста трещины, G_{1c}—критическая интенсивность освобождения энергии деформирования. Согласно модели Гриффитса [87], развитие трещины происходит тогда, когда освобождающаяся часть энергии деформирования оказывается больше приращения поверхностной энергии, необходимой для образования новой поверхности трещины G_{1c}. Пусть G^*_{1c}—эффективная интенсивность освобождения энергии УУКМ, характеризующая трещиностойкость некоторой однородной среды, эквивалентной в энергетическом смысле неоднородному материалу.

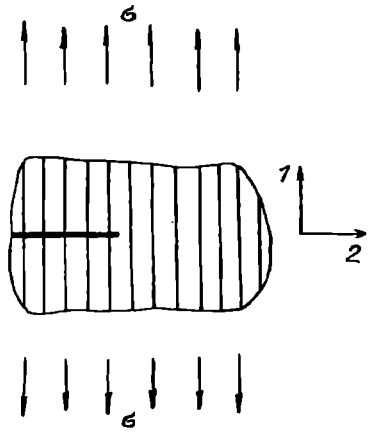


Рис. 7.5. Трещина нормального отрыва в однонаправленном композите

В общем случае можно считать, что энергия расходуется на разнообразные микроразрушения, происходящие у вершины трещины. Энергия, затраченная на образование новых поверхностей трещины, может быть представлена в виде

$$G^*_{1c} = G_f + G_m + G_d + G_r + G_p, \tag{7.27}$$

где G_f—энергия затраченная на разрушение волокна в процессе развития трещины, G_m—энергия образования трещины в матрице; G_d—энергия разрушения границы волокно—матрица, G_r—энергия релаксации волокна, G_p—энергия вытягивания волокна. Здесь величины G_m и G_f—параметры трещиностойкости углеродной матрицы и волокна соответственно. Величины G_d, G_r и G_p определяются [87] следующими зависимостями:

$$G_r \quad V_f \sigma_f^2 \, 2\delta/3E_f, \tag{7.28}$$

$$G_d = V_f \sigma_f^2 \, l_y/2E_f, \tag{7.29}$$

$$G_p \quad V_f \tau_m \delta^2/6d. \tag{7.30}$$

Здесь V_f—объемная доля волокон, E_f—модуль упругости волокна, σ_f—прочность волокна, l_y—длина отслоившейся части волокна, d—диаметр волокна, δ—неэффективная длина волокна, τ_m—предельные сдвиговые напряжения на границе раздела волокно—матрица (прочность матрицы на сдвиг).

Определить величину l_y достаточно сложно, поэтому в работе [51] для величины, аналогичной G_d, получена следующая оценка, зависящая от характера разрушения:

$$G_d > d\sigma_f^2/8E_f. \tag{7.31}$$

При выполнении неравенства (7.31) трещина в композите будет распространяться в матрице нормально к волокнам независимо от свойств поверхности раздела, разрушая матрицу и волокна одинаково. При этом «работает» хрупкий механизм разрушения материала, характерный для большинства углерод-углеродных композиций. Неравенство (7.31) получено в предположении достаточно прочной связи на границе раздела волокно—матрица.

Энергия G_{1c}^* может быть связана с критическим коэффициентом интенсивности напряжений K_{1c} (силовым критерием линейной механики разрушения),

$$G_{1c}^* \quad K_{1c}^2 C, \tag{7.32}$$

где

$$C = \left(\frac{b_{11}b_{22}}{2}\right)^{1/2}\left[\left(\frac{b_{22}}{b_{11}}\right)^2 + \frac{2b_{12} + b_{66}}{2b_{11}}\right]^{1/2} \tag{7.33}$$

C—функция эффективных упругих податливостей однонаправленного композита (индексы связаны с локальной системой координат на рис. 7.5),

$$b_{11} = \frac{1}{E_1}\left(1 - \frac{E_1}{E_2}\nu_{12}^2\right), \quad b_{22} = \frac{1}{E_2}(1 - \nu_{23}^2),$$

$$b_{12} \quad -\frac{\nu_{12}}{E_1}(1 + \nu_{23}), \quad b_{66} \quad \frac{1}{\mu_{12}}, \tag{7.34}$$

E_1, E_2—модули упругости ($E_1 > E_2$), ν_{12}, ν_{23}—коэффициенты Пуассона, μ_{12}—модуль сдвига. В предположении трансверсальной изотропии однонаправленного композита (плоскость изотропии *2—3*) приближенно получаем [73] следующие значения эффективных упругих характеристик:

$$E_1 = E_{f1}V_f + E_mV_m, \quad \nu_{12} = \nu_fV_f + \nu_mV_m,$$

$$E_2 \quad \left[\frac{E_{f2} + E_m + (E_{f2} - E_m)V_f}{E_{f2} + E_m - (E_{f2} - E_m)V_f}\right]E_m,$$

$$\nu_{23} = \nu_fV_f + \left[\frac{1 + \nu_m - \nu_{12}E_m/E_1}{1 - \nu_m^2 + \nu_m\nu_{12}E_m/E_1}\right]\nu_mV_m,$$

$$\mu_{12} = \left[\frac{\mu_f + \mu_m + (\mu_f - \mu_m)V_f}{\mu_f + \mu_m - (\mu_f - \mu_m)V_f}\right]\mu_m, \qquad (7.35)$$

где V_f, V_m—объемные доли волокон и матрицы в композите, E_{f1}, E_{f2}—продольный и поперечный модули упругости волокна, ν_f, ν_m—коэффициенты Пуассона волокна и матрицы, μ_f, μ_m—модули сдвига волокна и матрицы, E_m—модуль упругости матрицы.

Зная величину K_{1c}, можно определить [57] предельное напряжение

$$\sigma^* = K_{1c} f, \qquad (7.36)$$

где f—коэффициент, зависящий от формы образца, размера трещины и типа напряженного состояния.

Оценим размер дефекта углеродного волокна, который может привести к снижению прочности волокна в композите, при условии, что влияние иных факторов не учитывается. Рассмотрим полностью пропитанное углеволокно, содержащее большое число филаментов и представленное в виде однонаправленного композита, где роль волокон играют филаменты. Тогда для дефектного волокна, используя формулы (7.27)—(7.36), получаем

E_1 72,6 ГПа; E_2 = 11,6 ГПа,

$\nu_{12} = \nu_{23}$ 0,27,

μ_{12} 4,6 ГПа,

$C = 0{,}7197 \cdot 10^{-10}$ Па$^{-1}$,

G_r 290 Дж/м^2, G_d = 20 Дж/м^2, G_p = 204 Дж/м^2

при следующих исходных данных:

$E_{f1} = E_{f2} = 80$ ГПа, $E_m = 860$ МПа,

$\nu_m = \nu_f = 0{,}27$,

$\mu_f = 31{,}5$ ГПа, $\mu_m = 260$ МПа,

$V_f = 0{,}907$, $d = 5$ мкм, $\delta = 15$ мкм,

$\sigma_f = 1600$ МПа, $\tau_m = 30$ МПа.

Величина G_p рассчитана по формуле (7.31). Полагая $G_m = G_f \approx 4$ Дж/м^2 (поверхностная энергия разрушения графита) [41], для критического значения энергии разрушения углерод-уг-

лородного композита получаем оценку $G^*_{1c} = 514$ Дж/м^2. Для критического коэффициента интенсивности напряжений углеродного волокна

$$K_{1c} = (CG^*_{1c})^{1/2} = 2{,}7 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{м}^{-3/2}.$$

Предположим, что в волокне имеется дефект в виде дисковой трещины диаметром d_T. Определим [57] величину d_T из условия реализации прочности волокна в композите $\sigma_в \approx 150$ МПа:

$$d_T = \frac{\pi}{2}\left(\frac{K_{1c}}{\sigma_в}\right)^2 \approx 0{,}51 \text{ мм}.$$

Полученный размер критического дефекта превышает диаметр волокна. Отметим следующее: во-первых, так как в зависимости (7.28)—(7.30) входят только прочностные и жесткостные параметры компонентов, а также диаметр филаментов, оценка прочности волокна по критерию (7.26) не зависит от числа филаментов, реально несущих нагрузку (т. е. не учитывается первоначальная дефектность пучка до пропитки); во-вторых, каждое слагаемое в выражении (7.27), кроме G_m и G_f, дает такой вклад в величину G^*_{1c}, что расчетный размер дефекта получается намного большим реально наблюдаемых в эксперименте [40, 41]. Например, наименьшее из всех слагаемых G_f, определяемое согласно выражению (7.31), дает критический размер трещины порядка 20 мкм. Полученный результат позволяет сделать следующие выводы: 1) если считать, что применима рассмотренная модель разрушения волокна как однонаправленного композита и механические свойства компонентов определены верно, то пропитанное волокно в композите разрушается не из-за внутренних дефектов, а из-за дефектов углеродной матрицы; 2) если микромеханическая модель разрушения не жизнеспособна, то волокно следует рассматривать как однородный материал со свойствами компонентов. В последнем случае для прогнозирования трещиностойкости следует считать

$$G^*_{1c} \approx G^m_{1c} \approx G^f_{1c} \approx 4 \text{ Дж/м}^2.$$

Критический размер трещины в этом случае составляет 0,6—1,4 мкм для модуля упругости волокна 20—50 ГПа, что вполне коррелирует с размерами критического дефекта (1—2 мкм) для некоторых типов углеродных волокон, полученных карбонизацией полиакрилонитрильных и вискозных нитей [41].

Внутренними дефектами, которые могут возникать на всех стадиях производства волокна и композита, являются в большинстве случаев пустоты различной величины и формы, в большей или меньшей степени вытянутые в направлении волокна. Поперечные размеры дефектов от 1 до 100 мкм, причем поперек

волокон размеры дефектов, как правило, не превышают диаметра филаментов ($d_f = 5 \div 7$ мкм) [41]. Так как реальные дефекты — обычно сферические поры с конечным радиусом, концентрация напряжений на них будет меньше, чем на трещине таких же размеров. Поэтому критический размер дефекта будет больше 0,6—1,4 мкм, величины, полученной при анализе волокна в рамках однородной модели.

Таким образом, оценка критического размера дефекта дает величину меньшую или примерно совпадающую с диаметром филамента. Для пропитанного пучка это соответствует механизму хрупкого разрушения. При разрыве первого же филамента (в отсутствии дефектов) разрушение волокна произойдет из-за прорастания трещины, так как размер образовавшегося дефекта является закритическим и для волокна будет справедлива рассмотренная ранее в п. 7.2 модель слабейшего звена. Если в волокне уже присутствует критический дефект, стадия дисперсного разрушения наблюдаться не будет. Это соответствует известному для разрушения однонаправленных композитов эффекту, связанному с отсутствием этапа накопления повреждений при высокой объемной доле армирующих волокон [67].

Присутствие в волокне критического дефекта не означает, что волокна в композите будут разрушаться только из-за развития трещины, инициированной данным дефектом. На трещиностойкость волокон будут оказывать влияние и другие факторы, в том числе увеличивающие вязкость разрушения УУКМ [21]: крутка волокон, неупругое и пластическое деформирование матрицы. В этом случае разрушение волокнистого композита может быть инициировано дефектами материала углеродной матрицы.

7.4. Прогнозирование прочности волокон углеродного композита с дефектной матрицей

Прочность углеродной матрицы ($\sigma_{\text{в}}^{m} \approx 60$ МПа) меньше реализуемой в композите прочности волокон ($\sigma_{\text{в}}^{f} \approx 150$ МПа), поэтому вполне вероятно, что первоначальные микротрещины в УУКМ будут возникать в результате разрушения матрицы. Рассмотрим трещину, которая является микротрещиной по отношению к выбранному объему композитного материала, но которая является макроскопической по отношению к отдельному филаменту. Исследуем два предельных случая: 1) волокно контактирует с единичным дефектом, размер которого наибольший из геометрически возможных, и 2) матрица вокруг волокна повреждена полностью с образованием кольцевой микротрещины. Рассмотрим слой однонаправленного композитного материала (рис. 7.6,*а*). Максимальные размеры единичного микродефекта, прилегающего к неповрежденному волокну, ограничены размерами заштрихованной на рис. 7.6,*б* области. Если считать, что одиночный дефект

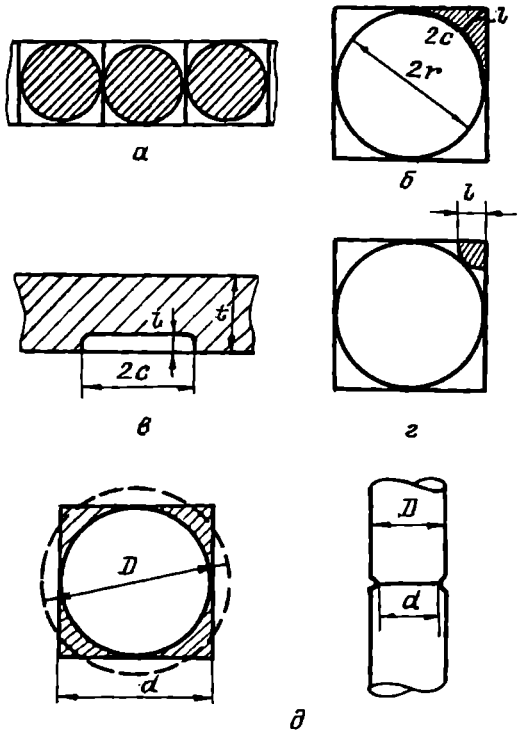


Рис. 7.6. Геометрические характеристики макродефектов УУКМ

взаимодействует с волокнами как эллиптическая трещина (рис. 7.6,*в*), размеры этой трещины можно принять следующими:

$$l \quad 0{,}41r, \qquad 2c = \pi r/2,$$

где r—радиус волокна. Используя для эллиптической трещины формулы Ирвина [57], для реализуемой прочности волокна в композите получаем

$$\sigma^{\text{И}} = \frac{K_{1c}}{1{,}1}\left(\frac{Q}{\pi l}\right)^{1/2} \qquad Q = 1 + 1{,}46\left(\frac{l}{c}\right)^{1{,}65} \tag{7.37}$$

Если для оценки прочности волокон использовать модель Черепанова [57], расчетные соотношения будут следующими:

$$\sigma^{\text{Ч}} = K_{1c}/(Y\sqrt{\pi l}),$$

$$Y = \frac{1{,}12 - 0{,}48(l/c)}{1 - (l/t)[1 - 0{,}75(l/t)]}. \tag{7.38}$$

Для пропитанного углеволокна Урал-Н при $r = 0{,}25$, $K_{1c} = 2{,}7 \cdot 10^6$ Н·м$^{-3/2}$ и $t = 22$ при расчете по формулам (7.38) получаем

$\sigma^{И}$ – 168 МПа, $\sigma^{Ч}$ – 143 МПа.

Если в неоднородной структуре присутствует дефект в виде полукруглой трещины (рис. 7.6,*г*), прочность волокна может быть расчитана [89] по формуле

$$\sigma^{X} = K_{1c}/(0{,}799\sqrt{\pi l}) = 188 \text{ МПа}. \qquad (7.39)$$

Разрушающие напряжения пропитанного волокна при наличии единичных дефектов матрицы в виде микротрещин, рассчитанные согласно соотношениям (7.37)—(7.39), получаются достаточно близкими по величине к реализуемой в УУКМ прочности волокон. Поэтому при наличии дефекта матрицы в виде микротрещины размером порядка $0{,}5d$ или разорванного волокна прилегающие к дефекту волокна в композитном материале будут разрушаться хрупко с образованием макротрещины и ее прорастанием через весь композит. Поскольку значения $\sigma^{И}$, $\sigma^{Ч}$ и σ^{X} получены для геометрически максимально возможных размеров дефектов, при меньших по величине дефектах вероятно образование макротрещины в материале матрицы, края которой стягиваются неразрушенными волокнами. В этом случае воспринимающее нагрузку волокно будет окружено разрушенной матрицей (конфигурация дефектной зоны заштрихована на рис. 7.6,*д*).

Исследуем несущую способность волокна в дефектной матрице, используя модель цилиндра с кольцевой трещиной. Площадь кольцевой трещины примем равной площади разрушенной матрицы. В этом случае композит представляет собой несвязанный пучок волокон с кольцевыми надрезами. Разрушающая нагрузка цилиндра с кольцевым надрезом определена в работе [89] с использованием зависимости

$$P = K_{1c}D^{3/2}/Y,$$

$$Y = (1{,}72D/d) - 1{,}27, \qquad (7.40)$$

где $D = dV_f^{-1/2} = 0{,}564$ мм при $V_f = 0{,}785$ для случая предельной тетрагональной упаковки волокон в слое. Тогда прочность волокна в композите для нитей Урал-Н

$$\sigma = \frac{4P}{\pi d^2} = 275 \text{ МПа},$$

где $P = 54$ Н—удельная разрушающая нагрузка, рассчитанная по формулам (7.40).

При влиянии глубины пропитки на прочность волокна с дефектной матрицей, как показано выше, реализуемая в УУКМ прочность волокна связана с размером дефекта, а оценка $\sigma_{в}$ проведена в предположении полностью пропитанного волокна. Если волокно пропитано не полностью, в процессе разрушения

композита непропитанная часть пучка филаментов будет вытягиваться из пропитанной матрицей части волокна, которая по отношению к несвязанному пучку бедет играть роль матрицы. Энергия развития трещины в выражении (7.27) будет определяться величиной G_p, оценить которую, используя зависимость, подобную (7.30), довольно сложно. В предельном случае, когда доля пропитанной части волокна равна нулю, зависимость (7.40) должна

7.5. Модель деформирования и разрушения тканого композита

Построение моделей деформирования и разрушения структурно-неоднородных материалов и элементов конструкций из них начинается, как правило, с выделения структурных уровней, связанных с характерным размером неоднородностей физико-механических свойств материала и параметров конструкции. При этом предполагают, что свойства компонентов структуры, их геометрия, взаимное расположение, связанность и т. д. известны и служат исходной информацией при построении модели более высокого уровня или выступают в качестве параметров проектирования. При практических расчетах и рациональном проектировании неоднородных конструкций задача усложняется из-за отсутствия полной информации о структуре неоднородного материала, что приводит к необходимости анализа нескольких последовательных уровней и разработке соответствующих математических моделей для каждого структурного уровня.

Для исследования деформирования и разрушения тонкостенных конструкций на основе тканых УУКМ следует рассматривать не менее трех структурных уровней:

1. Макроскопический уровень. На этом уровне исследуются жесткость и несущая способность конструкции с заданными эффективными механическими характеристиками и внешними воздействиями на конструкцию, определяется ее работоспособность и надежность. Элементом структуры здесь является монослой, геометрия структуры определяется чередованием слоев различной ориентации и формой координатной поверхности конструкции.

2. Слой—базовый уровень при анализе разрушения композита. Элементами структуры являются армирующие нити основы и утка ткани и материал связующего. Геометрия определяется взаимным расположением армирующих элементов (жгутов, нитей) и их размерами. Для тканых композитов иногда выделяют подуровень в виде слоя однонаправленного волокнистого композита, связанного только с нитями основы или утка.

3. Армирующая нить, волокно, жгут. Элементы структуры—высокопрочные волокна и матрицы. Структура характеризуется объемной долей и числом элементарных волокон (филаментов) и глубиной пропитки пучка связующим.

В механике композитных материалов для каждого из структурных уровней существуют математические модели и методы их построения, например в работах [2, 38, 45]. Оценке реализации прочности углеродных нитей в тканых и пространственно армированных структурах был посвящен предыдущий раздел. Перейдем к анализу слоя тканого композита и построим численную модель для прогнозирования его упругих и прочностных характеристик. Следует отметить, что большинство моделей, обзор которых можно найти в работе [38], рассматривает плетеные тканевые композиты, в то время как в практику активно внедряются неплетеные тканевые препреги. Преимуществом пос-

ледних является отсутствие изгибов высокопрочных волокон в слое, что позволяет более полно использовать прочностные свойства армирующих волокон и избегать технологических повреждений волокон в процессе плетения ткани. Пример структуры материала данного вида приведен на рис. 7.8.

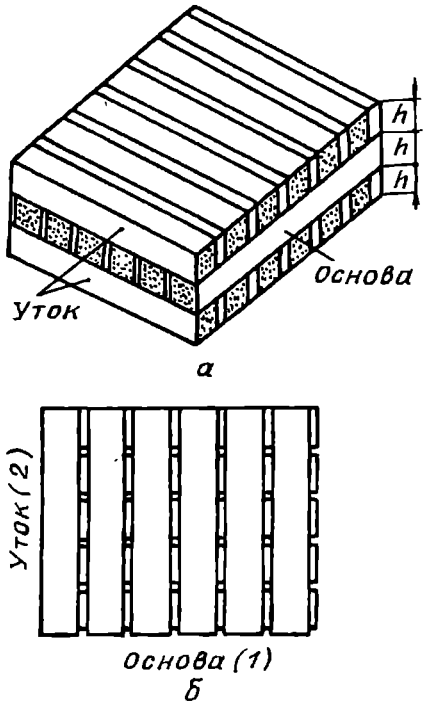


Рис. 7.8. Структура УУКМ типа 2*D*: *а*—общий вид; *б*—вид сверху

Исходными данными для численной модели является информация о геометрии переплетения и свойствах компонентов тканой структуры. Предполагается, что слой работает в условиях плоского напряженного состояния. В основу модели положим решение плоской периодической задачи механики структурно-неоднородных материалов, постановка которой приводится в работе [78]. Ячейка периодичности углеродной ткани приведена на рис. 7.9. Предполагается однородность деформаций по толщине слоя в направлении, ортогональном направлению нитей основы и утка (см. рис. 7.8). Габаритные размеры ячейки периодичности определяются как величины, обратные числу нитей утка и основы на единицу длины ткани; диаметр армирующей нити и толщина слоя ткани также полагаются известными. Для углеткани, представленной на рис. 7.8, основные геометрические параметры ячейки периодичности представлены на рис. 7.10.

В пределах ячейки периодичности (см. рис. 7.10) можно выделить четыре области, отличающиеся структурой слоев, и,

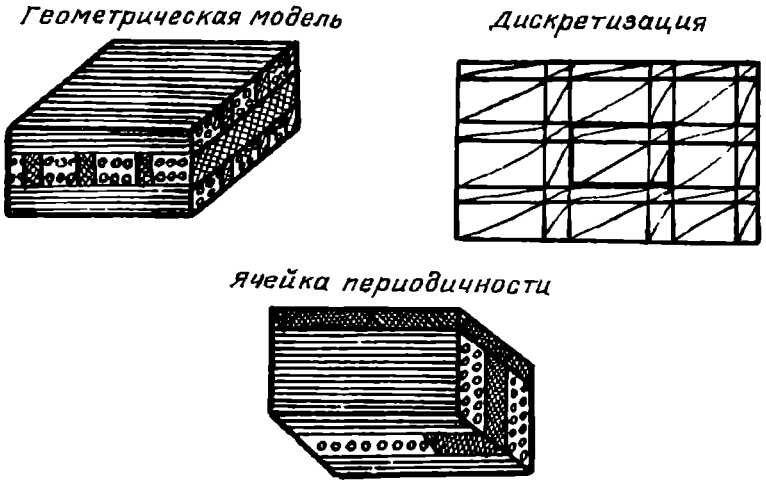


Рис. 7.9. Схема анализа слоя УУКМ методом конечных элементов

следовательно, характеристиками жесткости. Компоненты тензоров жесткости для каждой области могут быть вычислены с использованием соотношений, приведенных в работе [2] и известных как формулы осреднения по жесткостям,

$$C_{ij} = \sum_k C_{ij}^k h_k / \sum_k h_k;$$

$$i, j = 1, 2, 6, \quad (7.41)$$

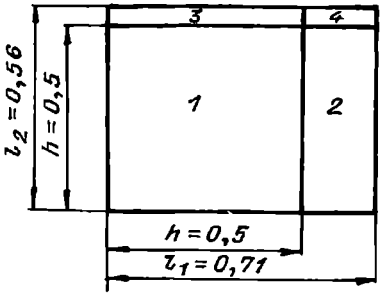


Рис. 7.10. Ячейка периодичности УУКМ типа 2*D*

где C_{ij}—эффективные жесткости пакета, C_{ij}^k и h_k—жесткость и толщина k-го однонаправленного слоя. Схемы чередования слоев в пределах подобласти (см. рис. 7.10): *1*—уток/основа/уток; *2*—матрица/основа/матрица; *3*—уток/матрица/уток; *4*—матрица. Компоненты тензора жесткостей связующего (углеродной матрицы) определяются через технические модули,

$$C_{11}^c = E_m/(1 - \nu_m^2), \quad C_{12}^c = C_{11}^c \nu_m,$$

$$C_{22}^c = C_{11}^c, \quad C_{66}^c = E_m/2(1 + \nu_m), \quad (7.42)$$

где E_m и ν_m—модуль Юнга и коэффициент Пуассона углеродной матрицы, если связующее в УУКМ изотропно.

Жесткости однонаправленного волокнистого композита (нитей основы и утка) могут быть вычислены с использованием соотношений, приведенных в работе [93]. Полагая, что ось *1* совпадает с направлением филаментов в нити, получаем

$$C^a_{11} = E^2_{11}/(E_{11} - E_{22}\nu^2_{12}),$$

$$C^a_{22} = E_{11}E_{22}/(E_{11} - E_{22}\nu^2_{12}),$$

$$C^a_{12} = C^a_{22}\nu_{12}, \quad C^a_{66} = G_{12}, \tag{7.43}$$

при этом

$$E_{11} = E_f V_f + E_m(1 - V_f),$$

$$E_{22} = E_m/\{1 - \sqrt{V_f}\,[1 - (E_m/E_f)]\},$$

$$\nu_{12} = \nu_f V_f + \nu_m(1 - V_f),$$

$$G_{12} \quad G_m/\{1 - \sqrt{V_f}\,[1 - (G_m/G_f)]\}, \tag{7.44}$$

где V_f—объемное содержание филаментов в нити, E_f, G_f, ν_f—модуль Юнга, модуль сдвига и коэффициент Пуассона элементарного волокна соответственно. Соотношения (7.41)—(7.44) позволяют определить значения жесткости слоя в каждой точке ячейки периодичности.

Используя принцип локальности полей микронапряжений [78], для построения приближенного решения краевой периодической задачи механики достаточно рассмотреть область, включающую девять ячеек периодичности (три на три). После этого, задавая на гранях области краевые условия в осредненных напряжениях, получим в центральной ячейке решение, близкое к периодическому. Численная реализация краевой задачи проводилась методом конечных элементов [35] на сетке, приведенной на рис. 7.9. Использовался вариант метода решения в перемещениях с линейной аппроксимацией полей перемещений в пределах конечного элемента. Особенностью исследуемого алгоритма расчета при вычислении матрицы жесткости конечного элемента

$$[K] = [B]^T [C]\,[B] H\Delta \tag{7.45}$$

является то, что матрица упругих свойств элемента $[C]$ вычисляется с использованием формул (7.41)—(7.44) с учетом принадлежности конечного элемента соответствующей подобласти ячейки периодичности. В выражении (7.45) $[B]$—матрица, связывающая перемещение узлов элемента с его деформациями, Δ—площадь конечного элемента; $H\left(= \sum_k h_k\right)$—толщина слоя тканого композита.

Экспериментальное исследование прочностных свойств углеродной матрицы показало, что разрушение поликристаллического графита происходит при различных уровнях напряжений при растяжении и при сжатии. Оценку прочности изотропного материала с различными пределами прочности при растяжении и при сжатии можно провести с использованием феноменологического критерия Баландина [7], который для случая плоского напряженного состояния может быть представлен в следующем виде:

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2 + 3\tau_{12}^2 - (S_m^+ - S_m^-)(\sigma_1 + \sigma_2) \le S_m^+ S_m^- \qquad (7.46)$$

(σ_1, σ_2, τ_{12}—компоненты тензора напряжений в углеродной матрице; S_m^+ и S_m^-—пределы прочности на растяжение и сжатие, соответственно).

Различие прочностных характеристик углеродного связующего при растяжении и при сжатии окажет влияние на прочностные свойства однонаправленного волокнистого композита, которым по сути являются нити основы и утка ткани. Используя оценку прочности однонаправленного композита при простейших видах нагружения, предложенную в работе [93], получаем следующие результаты:

1) прочность при одноосном растяжении—сжатии в направлении филаментов нити

$$S_{\parallel} = V_f S_f; \qquad (7.47)$$

2) прочность нити в поперечном направлении при растяжении

$$S_{\perp}^+ \quad \{1 - (\sqrt{V_f} - V_f)[1 - (E_m/E_f)]\} S_m^+; \qquad (7.48)$$

3) прочность нити при сжатии поперек филаментов

$$S_{\perp}^- = \{1 - (\sqrt{V_f} - V_f)[1 - (E_m/E_f)]\} S_m^-; \qquad (7.49)$$

4) прочность при внутрислойном сдвиге

$$\tau_{\parallel\perp} = \{1 - (\sqrt{V_f} - V_f)[1 - (G_m/G_f)]\} \left(\frac{S_m^+ S_m^-}{3}\right)^{1/2} \qquad (7.50)$$

В соотношениях (7.47)—(7.50) приняты следующие обозначения: V_f—объемная доля филаментов в нити, S_f—прочность филамента на разрыв, E_f, G_f, E_m, G_m—модули Юнга и сдвига филаментов и углеродного связующего, соответственно.

Прочность углеродной нити в условиях плоского напряженного состояния может быть описана с использованием модифицированного критерия Мизеса—Хилла [45], учитывающего различие прочности однонаправленного композита при растяжении и при сжатии

$$\left(\frac{\sigma_1}{S_{\parallel}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{S_{\perp}}\right)^2 - \frac{\sigma_1\sigma_2}{S_{\parallel}^2} + \left(\frac{\tau_{12}}{\tau_{\parallel\perp}}\right)^2 \le 1, \qquad (7.51)$$

при этом

$$S_{\perp} = S_{\perp}^{+}, \quad \text{если } \sigma_2 \ge 0,$$
$$S_{\perp} = S_{\perp}^{-}, \quad \text{если } \sigma_2 < 0,$$

где σ_1, σ_2, τ_{12}—компоненты тензора напряжений, вычисленные в системе координат, связанной со схемой армирования однонаправленного композита (ось *1* направлена вдоль филаментов нитей утка или основы). Таким образом, выражения (7.46) и (7.51), являясь по сути феноменологическими критериями прочности, позволяют проводить оценку прочности структурных элементов (нитей утка, основы и метериала матрицы) слоя тканого УУКМ.

Изложенная выше методика реализована в виде комплекса ЭВМ-программ (ФОРТРАН 77 для ЕС ЭВМ и ПЭВМ IBM PC), который позволяет прогнозировать прочностные свойства композитов на тканевой основе. Расчеты упругих и прочностных свойств УУКМ проводились при следующих исходных данных:

Структура слоя ткани (см. рис. 7.9 и рис. 7.10)

Толщина слоя..... $H = 1{,}4$ мм

Плотность нитей основы..... 1780 нитей/м

Плотность нитей утка..... 2800 нитей/м

Углеволокно Урал-22Н

Модуль Юнга..... $E_f = 20$ ГПа

Коэффициент Пуассона..... $\nu_f = 0{,}2$

Прочность нити на растяжение..... $S_f = 380$ МПа

Объемное содержание филаментов..... $V_f = 0{,}7$

Углеродное связующее

Пироуглеродная матрица

Модуль Юнга..... $E_m = 5$ ГПа

Коэффициент Пуассона..... $\nu_m = 0{,}27$

Прочность на растяжение..... $S_m^{+} = 60$ МПа

Прочность на сжатие..... $S_m^{-} = 120$ МПа

Пирографит

Модуль Юнга..... $E_m = 660$ МПа

Коэффициент Пуассона..... $\nu_m = 0{,}27$

Прочность..... $S_m^{+} = S_m^{-} = 60$ МПа

Значения упругих и прочностных свойств углеродной матрицы и упругие свойства углеволокон приняты на основании данных работ [44, 45, 65, 81], прочность углеволокна рассчитана на основе экспериментальных данных для полосок ткани, характеристики структуры ткани соответствуют ее паспортным данным.

7.6. Определение упругих свойств слоя УУКМ на тканевой основе

Определение эффективных жесткостных характеристик структурно-неоднородного материала является классической задачей механики композитов [78]. Методы оценки упругих характеристик композиционных материалов на основе углерода достаточно подробно обсуждались в предыдущих главах. Как отмечено выше, суть проблемы состоит в определении значений компонент матриц, устанавливающих связь между средними деформациями и средними напряжениями в композите

$$\begin{Bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_{12} \end{Bmatrix} \quad [Q^*] \begin{Bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_{12} \end{Bmatrix},$$

$$\begin{Bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_{12} \end{Bmatrix} \quad [C^*] \begin{Bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_{12} \end{Bmatrix},$$

$$[Q^*] = [C^*]^{-1}, \tag{7.52}$$

где e_1, e_2, e_{12}—макроскопические деформации, s_1, s_2, s_{12}—макроскопические напряжения, $[C^*]$—матрица жесткости УУКМ на тканевой основе, $[Q^*]$—матрица податливостей УУКМ. Значения осредненных компонент напряженно-деформированного состояния композита определяются следующим образом:

$$\begin{Bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_{12} \end{Bmatrix} = \frac{1}{V} \int_V \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{12} \end{Bmatrix} dV,$$

$$\begin{Bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_{12} \end{Bmatrix} = \frac{1}{V} \int_V \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} dV. \tag{7.53}$$

Здесь V—представительный объем композитного материала (ячейки периодичности); σ_i, ε_i—структурные напряжения и деформации УУКМ, определяемые из решения краевой задачи механики неоднородного материала.

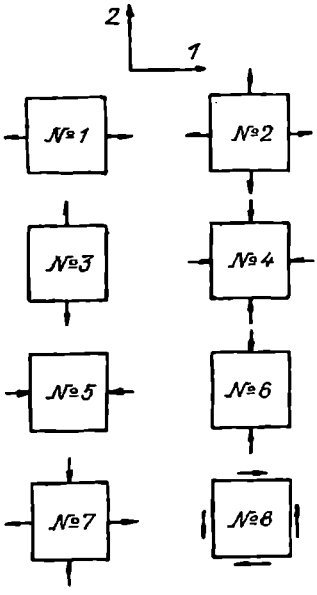


Рис. 7.11. Схемы нагружения слоя УУКМ: *1*—основа, *2*—уток

Для определения матрицы податливости слоя УУКМ необходимо получить решения задач на ячейке периодичности (см. рис. 7.9) при нагружении по схемам № 1 (верхний индекс I), № 3 (II) и № 8 (III), представленным на рис. 7.11, и соответствующих граничных условиях в напряжениях

$$\{s^{\mathrm{I}}\} = \begin{Bmatrix}1\\0\\0\end{Bmatrix}, \quad \{s^{\mathrm{II}}\} = \begin{Bmatrix}0\\1\\0\end{Bmatrix},$$

$$\{s^{\mathrm{III}}\} = \begin{Bmatrix}0\\0\\1\end{Bmatrix}.$$

Получая распределение полей структурных напряжений и деформаций численно методом конечных элементов (МКЭ) и используя соотношения (7.53), рассчитываем компоненты макроскопических деформаций. Сопоставляя полученные результаты с выражением (7.52), устанавливаем, что

$$[Q^*] = \begin{bmatrix} e_1^{\mathrm{I}} & e_1^{\mathrm{II}} & e_1^{\mathrm{III}} \\ e_2^{\mathrm{I}} & e_2^{\mathrm{II}} & e_2^{\mathrm{III}} \\ e_{12}^{\mathrm{I}} & e_{12}^{\mathrm{II}} & e_{12}^{\mathrm{III}} \end{bmatrix}. \tag{7.54}$$

Матрица эффективных жесткостей слоя УУКМ в соответствии с соотношениями (7.52) может быть получена как обратная матрица податливости.

Матрица жесткости слоя УУКМ с пироуглеродной матрицей для исходных данных, приведенных в п. 7.5, рассчитанная по изложенной методике, имеет следующий вид (ГПа):

$$[C^*] = \begin{bmatrix} 14{,}0 & 1{,}09 & 0{,}03 \\ -0{,}05 & 24{,}1 & 0{,}01 \\ 0{,}12 & 0{,}05 & 1{,}52 \end{bmatrix}.$$

Полученный результат показывает, что эквивалентная однородная среда, соответствующая УУКМ на тканевой основе, с точки зрения ее упругих свойств, является средой с наиболее общим видом упругой анизотропии. Матрица эффективных жесткостей не содержит нулевых членов и не является симметричной. На рис. 7.12 представлена деформированная ячейка периодичности тканого композита при макроскопическом одноосном растяжении вдоль основы и в условиях чистого внутрислойного сдвига в координатах, связанных с направлениями армирования ткани. Из

приведенных рисунков видно, что первоначально прямоугольная ячейка периодичности при деформировании приобретает достаточно сложную форму. В компонентах структуры тканого УУКМ (нитях основы и утка, углеродном связующем) возникают как продольные, так и сдвиговые деформации. Вследствие этого даже при одноосных схемах нагружения все компоненты тензора структурных деформаций отличны от нуля, что и приводит к общему виду анизотропии эффективных упругих характеристик слоя тканого композита.

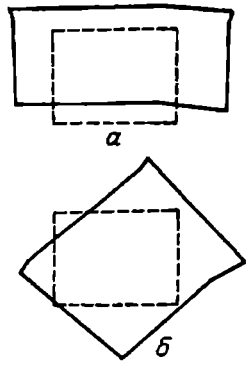


Рис. 7.12. Деформирование ячейки периодичности УУКМ типа 2*D*: *а*—растяжение вдоль основы, *б*—внутрислойный сдвиг

Анализ значений компонент матрицы упругих свойств УУКМ показывает, что жесткости, учитывающие данное влияние сдвиговых напряжений на продольную деформацию и нормальных напряжений на сдвиг, малы по абсолютной величине. Если в прикладных расчетах пренебречь значениями этих жесткостей, получается модель «квазиортотропного» слоя УУКМ, который отличается от традиционного ортотропного материала тем, что $C^*_{12} \neq C^*_{21}$. В этом случае деформирование слоя углеродного композита в направлении утка существенно влияет на макроскопические нормальные напряжения в слое, действующие в направлении основы, а деформирование вдоль нитей основы практически не оказывает влияния на значение s_2.

Проведенный численный анализ упругих свойств слоя тканого УУКМ показал, что в практических расчетах можно пренебречь влиянием сдвиговой деформации на нормальные напряжения, однако остальные пять компонент необходимо определять независимо. Так, при экспериментальных исследованиях жесткостных характеристик подлежат определению модули Юнга E_1 и E_2, внутрислойного сдвига G_{12} и коэффициенты Пуассона ν_{12} и ν_{21} слоя УУКМ. При этом оба коэффициента Пуассона необходимо определять независимо. Ввиду того, что значение одного из этих коэффициентов близко к нулю, следует предъявить достаточно высокие требования к технике проведения эксперимента. То же самое справедливо и для экспериментального определения коэффициентов Ченцова слоя УУКМ, если в этом возникает необходимость. Особенность, связанная с «квазиортотропией» слоя УУКМ, часто не проявляется при анализе слоистых элементов конструкций. Так, например, для распространенной схемы продольно-поперечной намотки (ППН) слоистой конструкции с отношением продольных и поперечных слоев 1:1 жесткостные свойства пакета, согласно выражению (7.41), будут обладать ортотропной упругой анизотропией.

Проведем сравнение результатов расчета упругих свойств слоя УУКМ, полученных с использованием МКЭ-анализа и с использованием осреднения жесткостей слоистого материала. Для этого слой тканого УУКМ рассмотрим в виде трехслойного пакета: слой утка, слой основы, слой утка (см. рис. 7.8). Каждый из выделенных слоев будем рассматривать как однонаправленный волокнистый композит с объемной долей армирующих волокон (обозначения соответствуют принятым на рис. 7.10):

$$V_f^{\text{основа}} = V_f h/l_2,$$

$$V_f^{\text{уток}} = V_f h/l. \qquad (7.55)$$

Жесткости слоев однонаправленного волокнистого композита для объемных долей волокон, полученных согласно выражениям (7.55), рассчитываются по формулам (7.43)—(7.44), а эффективные упругие свойства слоя УУКМ определяются с использованием соотношений (7.41). Приведенная схема расчета упругих свойств значительно проще рассмотренной выше методики, однако она не учитывает периодичности структуры и неоднородности распределения филаментов в слое тканого композита. Кроме того, в рамках данного подхода принимается по сути априорное предположение ортотропии упругих свойств слоя тканого УУКМ вследствие продольно-поперечной структуры пакета трансверсально-изотропных однонаправленных волокнистых слоев. Результаты расчета матрицы жесткости слоя тканого УУКМ следующие (ГПа):

$$[C^*] \quad \begin{bmatrix} 13{,}9 & 0{,}56 & 0 \\ 0{,}56 & 23{,}9 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}83 \end{bmatrix}.$$

Сопоставляя результаты прогнозирования жесткости слоя УУКМ по двум различным методикам расчета, отмечаем наиболее хорошее совпадение значений эффективных жесткостей C_{11}^* и C_{22}^* (различие ~ 1 %). Жесткости C_{12}^* и C_{21}^* отличаются достаточно существенно для отдельного слоя тканого УУКМ. Однако, если сравнивать соответствующие жесткости для ППН пакета слоев $(C_{12}^* + C_{21}^*)/2$, различие не превышает 6 %. Наиболее существенно отличаются значения сдвиговой жесткости, МКЭ-анализ дает почти в два раза более высокое значение этой компоненты матрицы жесткости. В работе [65] сопоставлены экспериментальные данные с результатами осреднения жесткостей для двух- и трехмерно армированных УУКМ. Там же отмечено, что недостатком метода осреднения жесткостей является заниженное значение сдвиговых жесткостей по отношению к данным эксперимента. Следовательно МКЭ-анализ, более точно учитывающий особенности структуры тканого УУКМ, позволяет качественнее прогнозировать его упругие свойства.

В заключение приведем результаты расчета упругих свойств слоя тканого УУКМ с пироуглеродной матрицей (ГПа):

$$[C^*] = \begin{bmatrix} 22{,}5 & 4{,}92 & 0{,}38 \\ 1{,}69 & 31{,}3 & 0{,}30 \\ 0{,}15 & 0{,}37 & 12{,}5 \end{bmatrix}.$$

Если сравнивать полученную матрицу упругих свойств с соответствующей матрицей жесткости слоя тканого УУКМ с пирографитным связующим, можно сделать вывод, что использование более жесткой пироуглеродной матрицы повышает значения эффективных жесткостей слоя углерод-углеродного материала C_{ij} $(i, j = 1, 2)$ в 1,5—2 раза и внутрислойную сдвиговую жесткость УУКМ—почти на порядок.

7.7. Оценка прочности слоя УУКМ на тканевой основе

Рассмотрим моделирование процесса разрушения слоя композита на основе углеродной ткани. В результате численного решения краевой задачи для периодической среды в каждом конечном элементе, на которые разбивалась исследуемая область, вычисляем значения компонент тензора микродеформаций $\{\varepsilon\}$. Учитывая принадлежность конечного элемента определенной компоненте структуры слоя тканого композита (нити основы, утку или связующему), определяем значения структурных напряжений в армирующих нитях и материале связующего,

$$\{\sigma^a\} = [C^a]\{\varepsilon\},$$

$$\{\sigma^c\} = [C^c]\{\varepsilon\}, \qquad (7.56)$$

где для нити основы

$$[C^a] = \begin{bmatrix} C^a_{11} & C^a_{12} & 0 \\ C^a_{21} & C^a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C^a_{66} \end{bmatrix},$$

для нити утка

$$[C^a] = \begin{bmatrix} C^a_{22} & C^a_{12} & 0 \\ C^a_{21} & C^a_{11} & 0 \\ 0 & 0 & C^a_{66} \end{bmatrix}.$$

После этого оценку прочности компонент структуры тканого композита производим с использованием критериальных соотношений (7.46) и (7.51).

Теперь алгоритм расчета прочностных свойств тканого УУКМ может быть следующим:

1) на границе области (см. рис. 7.9) задаем значения осредненных напряжений (напряжений, приложенных к слою УУКМ);

2) используя МКЭ-анализ, определяем значения напряжений в компонентах структуры тканого композита;

3) проводим проверку прочности компонентов структуры и анализ характера структурных повреждений;

4) пересчитываем матрицы жесткости конечно-элементной модели слоя УУКМ с учетом структурных повреждений;

5) если не наблюдается повреждений в результате перераспределения структурных напряжений в дефектной структуре, задаем новый (более высокий) уровень напряжений;

6) продолжаем процедуру до окончательной потери несущей способности слоя тканого УУКМ.

На основе приведенного алгоритма проводился расчет прочности слоя тканого УУКМ с пирографитной и пироуглеродной матрицами для различных схем нагружения (см. рис. 7.11). Для слоя углерод-углеродного материала с пирографитным связующим исследовали последовательность структурных повреждений в неоднородном материале. Выделяли три уровня напряжений, характеризующих следующие степени поврежденности тканого композита:

1) разрушение армирующей нити (нити утка или нити основы) слоя УУКМ;

2) разрушение углеродного связующего слоя УУКМ;

3) разрушение нитей утка и основы слоя УУКМ.

Результаты расчетов, приведенные в табл. 7.1, позволяют сделать следующие заключения о прочностных свойствах тканого углерод-углеродного композита:

1) слой УУКМ обладает анизотропией прочностных свойств;

2) прочность материала зависит от направления прикладываемой нагрузки, особенно в направлении утка;

3) прочность слоя сильно зависит от уровня сдвиговых напряжений и ориентации площадок максимальных касательных напряжений;

4) разрушение тканого композита для рассмотренных схем нагружения всегда начиналось с разрушения нитей основы или утка вследствие их недостаточной трансверсальной прочности;

5) разрушение углеродного связующего в слое УУКМ происходило позже первоначальных разрушений в результате перераспределения структурных напряжений.

Таблица 7.1

Пределы прочности слоя УУКМ на тканевой основе с пирографитной матрицей для различных схем нагружения, см. рис. 7.11 (МКЭ-анализ)

Схема нагружения	Разрушение нити утка или основы $\sigma_в^{I}$, МПА	Разрушение связующего $\sigma_в^{II}$, МПА	Разрушение нити утка и основы $\sigma_в^{III}$, МПА
1	105	121	121
2	74	81	81
3	173	173	173
4	58	61	58
5	105	121	121
6	116	116	116
7	58	61	58
8	11,8	12,1	12,7

Сравнительный анализ прочностных свойств слоя тканого УУКМ с пирографитной и пироуглеродной матрицами можно провести на основе расчетных данных, приведенных в табл. 7.2.

Таблица 7.2

Пределы прочности УУКМ на тканевой основе с пироуглеродным связующим для различных схем нагружения, см. рис. 7.11

Схема нагружения	$\sigma_в$, МПА		Расхождение приведенных значений, %
	МКЭ-анализ	эксперимент	
1	54	49,4	9,3
2	45		
3	77	71,9	7,1
4	66	—	
5	75	65,6	14,3
6	131	86,3	51,8
7	53		
8	20	—	—

Использование более жесткого пироуглеродного связующего для большинства схем нагружения привело к снижению предела прочности слоя. Связано это с тем, что при увеличении жесткости матрицы увеличиваются соответствующие структурные напряжения, в то время как прочность связующего существенно не меняется, что приводит к более раннему разрушению материала. Исключение составляет только прочность углерод-углеродного композиционного материала на сдвиг, так как в этом случае армирующие высокопрочные волокна нагрузку практически не воспринимают и механическое поведение материала полностью определяется свойствами углеродного связующего, что и определяет некоторое увеличение сдвиговой прочности. В связи с этим использование УУКМ с пироуглеродной матрицей предпочтительнее в элементах конструкций, слои которых воспринимают сдвиговые напряжения.

Расчетные значения прочностных характеристик тканого УУКМ с пироуглеродным связующим можно сопоставить с результатами экспериментального исследования прочности при одноосном растяжении и сжатии. Для экспериментального определения прочностных характеристик углерод-углеродного тканого композита использовались образцы с размерами рабочей зоны $25 \times 15 \times 5$ мм. Испытания проводили на растяжение и сжатие в направлении ўтка и основы. Результаты экспериментального исследования прочности УУКМ на тканевой основе также приведены в табл. 7.2. Отметим, что прогнозируемые с использованием МКЭ-анализа прочностные характеристики слоя УУКМ с пироуглеродным связующим превышают соответствующие значения, полученные экспериментальным путем.

Наблюдаемое расхождение между расчетными и экспериментальными данными может быть связано со следующими основными причинами.

Во-первых, исходная информация о физико-механических свойствах компонентов тканого композита получена в основном не из прямого эксперимента, а путем анализа структурных моделей более низкого уровня. В связи с этим математическая модель отражает не все особенности реального объекта из-за отсутствия исходной информации в полном объеме.

Во-вторых, рассмотренный вариант модели не учитывает несовершенства структуры реального композиционного материала (повреждений элементов структуры, непрямолинейности нитей основы и утка). Несовершенства такого типа приводят к возникновению иных механизмов разрушения (например, разрушение непрямолинейных жгутов при сжатии вследствие изгиба), причем несовершенства структуры в виде отклонений от прямолинейности существенно сказываются при сжатии, а именно в этом случае расхождение расчетных и экспериментальных данных наиболее существенно.

В-третьих, экспериментальное исследование при сжатии проводилось на достаточно тонких образцах, перед разрушением которых возможна потеря их устойчивости или устойчивости отдельных слоев. Кроме того, образцы вырезались из оболочки вращения, в которой нити утка ориентированы в кольцевом направлении. Поэтому образцы, предназначенные для испытания в направлении утка, первоначально не являются плоскими, а имеют радиус кривизны, равный радиусу оболочки вращения. Следовательно, экспериментальные данные, полученные при сжатии в направлении утка, являются заниженными, а реальное значение прочности очевидно будет между экспериментальным и расчетным.

В целом, учитывая, что прогнозируются прочностные характеристики композиционного материала сложной структуры, результаты математического моделирования можно признать удовлетворительными. Наблюдается качественное и, в общем, количественное совпадение расчетных и экспериментальных данных. Более

точный прогноз прочностных характеристик тканого углерод-углеродного материала может быть проведен при наличии исчерпывающей информации о свойствах компонентов структуры материала, учете (в рамках принятой математической модели) несовершенств, характерных для реальной структуры композита, и корректном экспериментальном определении свойств с целью контроля результатов расчета.

7.8. Влияние статистического разброса механических характеристик и дефектности структуры на прочность УУКМ

Рассмотрим слоистый композит. По статистической модели теории пучков для прочности однонаправленного слоя при растяжении в направлении армирования

$$S_{1p} \quad V_f(\alpha\beta e\delta)^{-1/\beta}, \tag{7.57}$$

где S_{1p}—продольная прочность при растяжении, V_f—объемная доля волокон, α, β—параметры распределения прочности волокон согласно закону Вейбулла (7.7), δ—неэффективная длина волокна.

Оценим влияние степени разброса прочностных свойств волокон и степени пропитки на прочность слоя. Пусть $S^{н}_{1p}$—прочность слоя с непропитанными волокнами, тогда отношение прочности слоя с пропитанными волокнами $S^{п}_{1p}$ к величине $S^{н}_{1p}$ будет определяться из выражения (7.57):

$$S^{п}_{1p}/S^{н}_{1p} \quad \left(\delta^{п}/\delta^{н}\right)^{-1/\beta} \tag{7.58}$$

Найдем [67] неэффективную длину волокна по приближенной зависимости

$$\delta = \sigma_f r/2\tau_m, \tag{7.59}$$

где σ_f—прочность волокна на разрыв, τ_m—сдвиговая прочность матрицы, r—радиус волокна. Для выражения (7.58) с учетом (7.59) получаем

$$S^{п}_{1p}/S^{н}_{1p} = \left(\sigma^{п}_f/\sigma^{н}_f\right)^{-1/\beta} \tag{7.60}$$

где $\sigma^{п}_f$—статистическая оценка прочности волокна в зависимости от глубины пропитки, $\sigma^{н}_f$—средняя прочность непропитанного волокна (пучка филаментов). Из выражения (7.24)

$$S^{п}_{1p}/S^{н}_{1p} = [1 + V_{п}(\zeta - 1)]^{-1/\beta}. \tag{7.61}$$

Для углеволокна Урал-Н значение ζ составляет 1,62 для базы испытания 5 см и 2,4 для базы 10 см. В табл. 7.3 приведены расчетные данные относительно прочности слоя однонаправленного УУКМ в зависимости от объемной доли пропитанной части волокна $V_{\text{п}}$ и степени разброса прочности непропитанного волокна β. Как видно, прочность слоя с увеличением объема пропитки падает и тем больше, чем сильнее статистический разброс прочности волокон и больше база испытаний. Полученный результат качественно отличается от результата, получаемого по правилу смеси (7.23) и не учитывающего статистический разброс прочности волокна:

$$S_{1p}^{\text{п}}/S_{1p}^{\text{н}} = \left(1 + V_{\text{п}} \frac{1 - V_{\text{ф}}}{V_{\text{ф}}} \frac{E_m}{E_f}\right)\left(V_f + V_m \frac{E_m}{E_f}\right). \qquad (7.62)$$

Здесь индекс «ф» относится к филаментам, «*f*»—к волокну, «*m*»—к связующему. Согласно выражению (7.62) прочность слоя однонаправленного УУКМ линейно возрастает по мере увеличения объемной доли пропитанной части волокон.

Таблица 7.3

Зависимость относительной прочности слоя однонаправленного УУКМ от степени пропитки $V_{\text{п}}$ и статистического разброса β прочности непропитанного углеволокна для базовой длины испытаний непропитанного волокна 5 см и 10 см (в скобках)

$V_{\text{п}}$	$S_{1p}^{\text{п}}/S_{1p}^{\text{н}}$		
	$\beta = 5$	$\beta = 10$	$\beta = 20$
0,1	0,99(0,97)	0,99(0,99)	0,997(0,99)
0,3	0,97(0,93)	0,98(0,97)	0,992(0,98)
0,5	0,95(0,90)	0,97(0,95)	0,987(0,97)
0,7	0,93(0,87)	0,96(0,93)	0,982(0,97)
0,9	0,92(0,85)	0,96(0,92)	0,978(0,96)
1,0	0,91(0,84)	0,95(0,92)	0,976(0,96)

Рассмотрим прочность слоя однонаправленного композита при растяжении поперек волокон при следующих допущениях:

1) идеальной связи между волокном и матрицей;

2) периодическом расположении волокон в слое;

3) линейных соотношениях напряжение—деформация для волокна и матрицы.

В этом случае прочность слоя в поперечном направлении определяется [90] соотношением

$$S_{2p} = \sigma_m/k_{2p}, \qquad (7.63)$$

где σ_m—предел прочности матрицы на растяжение, k_{2p}—коэффициент концентрации напряжений,

$$k_{2p} = \frac{1 - V_f[1 - (E_m/E_f)]}{1 - (4V_f/\pi)^{1/2}[1 - (E_m/E_f)]}. \quad (7.64)$$

Выражение (7.64) дает приближенное значение K_{2p} и при $V_f > 0{,}6$ плохо согласуется с точным решением. Поэтому для больших значений V_f следует использовать точное решение периодической упругой задачи [61].

Оценим прочность слоистого УУКМ при одноосном нагружении. Рассмотрим слоистый композит типа «Кубин», армированный системой двух нитей (см. рис. 6.10: *1*—нити утка, *2*—нити основы), ячейка периодичности которого приведена на рис. 7.13. Объемная доля волокон в направлении утка $V_f^y = 36{,}87$ %, в направлении основы $V_f^o = = 23{,}37$ %, суммарная объемная доля волокна $V_f = 60{,}24$ %, доля волокон в однонаправленном слое утка $V_f^{y-c} = 55{,}3$ %, доля волокон в однанаправленном слое основы $V_f^{o-c} = 70{,}1$ %.

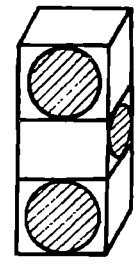


Рис. 7.13. Ячейка периодичности УУКМ типа «Кубин»

Определим прочность композита в направлении основы по правилу смеси,

$$S_{осн} = V_o S_{1p}^o \mu_1 + V_y S_{2p}^y \gamma, \quad (7.65)$$

где V_o—объемная доля слоя основы, $V_o = 0{,}333$, V_y—объемная доля слоев утка ($V_y = 0{,}667$), μ_1—коэффициент снижения прочности волокна в дефектной матрице, γ—коэффициент влияния пористости на концентрацию напряжений. Значения S_{1p}^o определяются с помощью выражения (7.57), если известны статистические параметры распределения прочности волокон; при этом следует учесть степень пропитки волокон связующим. Коэффициент μ_1, согласно оценкам, рассмотренным в п. 7.4, для полностью пропитанного углеродного волокна составляет 0,1. Величина γ определяется согласно [90] следующим образом:

$$\gamma \quad 1 - (4p/\pi V_m)^{1/2} \quad (7.66)$$

(p—объемное содержание пор в углеродном связующем).

Аналогично рассчитывается прочность УУКМ типа «Кубин» в направлении утка:

$$S_{утк} \quad V_y S_{1p}^y \mu_1 + V_0 S_{2p}^o \gamma. \quad (7.67)$$

Значения $S_{1p}^{у}$ и $S_{1p}^{о}$ определим по величине средней прочности пропитанного углеродного волокна ($\sigma_{в}^{п} \approx 2500$ МПа):

$$S_{1p}^{о} = \sigma_{в}^{п} V_f^{о-с},$$

$$S_{1p}^{у} = \sigma_{в}^{п} V_f^{у-с}. \qquad (7.68)$$

Рассчитаем прочность композитного материала типа «Кубин» в направлении нитей основы и утка. Примем, что пористость материала матрицы $p = 0{,}05$, тогда $\gamma = 0{,}79$ и из соотношений (7.65)—(7.68) получим

$S_{осн} = 74$ МПа, $S_{утк} = 100$ МПа.

Рассмотрим слоистый УУКМ типа «Граурис», структура которого приведена на рис. 7.14. Объемная доля волокон в направлении утка для данного материала составляет $V_f^{у} = 27{,}02$ %, в направлении основы $V_f^{о} = 39{,}13$ %, суммарная объемная доля волокон $V_f = 66{,}15$ %, угол искривления волокон $\Theta = 40°$. Анализ экспериментальных значений прочности УУКМ типа «Граурис» [65] показал, что прочность при растяжении в направлении основы составляет 0,43—0,44 прочности материала при растяжении вдоль нитей утка в результате искривления нитей основы. Другим фактором, влияющим на прочность слоистых плетеных композитов, является натяжение арматуры. Создание предварительного натяжения волокон при изготовлении композита способствует некоторому увеличению жесткости и прочности материала в направлении натяжения [65]. Так, для УУКМ «Граурис» наблюдается повышение механических характеристик примерно на 20 % при натяжении нитей основы, при этом в направлении утка жесткость и прочность материала уменьшается на 3—8 %.

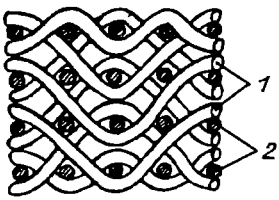


Рис. 7.14. Структура УУКМ типа «Граурис: *1*— основа; *2*—уток

Проведем оценку прочности композита «Граурис» по модифицированным уравнениям правила смеси,

$$S_{осн} \quad \sigma_{в}^{п} V_f^{о} \mu_1 \mu_2 \mu_3, \qquad (7.69)$$

где μ_2—коэффициент снижения прочности волокна вследствие искривления ($\sim 0{,}6$), μ_3—коэффициент, учитывающий предварительное натяжение ($\sim 1{,}2$). Прочность при растяжении в направлении утка можно определить аналогично выражению (7.69):

$$S_{утк} \quad \sigma_{в}^{п} V_f^{у} \mu_1. \qquad (7.70)$$

Окончательно для УУКМ «Граурис», используя соотношения (7.69)—(7.70), получаем

$$S_{\text{осн}} = 70{,}2 \text{ МПа}, \; S_{\text{утк}} = 67{,}5 \text{ МПа}.$$

При расчете прочностных характеристик УУКМ типа «Кубин» и «Граурис» предполагалась полная пропитка армирующих нитей связующим, в связи с чем бездефектное волокно имело наибольшую прочность. Если технологический режим получения УУКМ не обеспечивает пропитки нитей утка и основы связующим, то проведенная оценка прочности композита дает примерно в два раза меньшие значения прочности. При частичной пропитке волокон прочность композита имеет промежуточное значение между рассмотренными предельными случаями. Кроме того, в расчетах предполагалось, что армирующее волокно в композитном материале взаимодействует с дефектом, имеющим максимально возможный (из геометрических соображений) дефект. Поэтому в УУКМ идеальной структуры возможно достижение более высокой прочности. И, наконец, в расчетах не учитывался статистический разброс напряжений в армирующих нитях, который также влияет на реализуемую прочность УУКМ.

7.9. Теоретические основы аппроксимации предельной поверхности прочности

Критериальные феноменологические модели прочности занимают важное место в расчетной практике проектирования несущих высокоответственных конструкций. Феноменологический критерий позволяет при заданном значении компонент тензора напряжений делать заключение о том, произойдет разрушение материала или нет. Обратим внимание, что рассмотренная в предыдущих разделах конечно-элементная модель исчерпания несущей способности УУКМ на тканевой основе является по сути вычислительным структурно-феноменологическим критерием прочности. При этом исходной информацией для оценки несущей способности слоя тканого УУКМ являются данные о структуре материала и напряжения, приложенные к слою. Вычисления по алгоритму дают информацию о существовании разрушения элементов структуры композита и о характере повреждений. Все это позволяет сделать вывод о сохранении или потере работоспособности слоя УУКМ при заданном уровне нагружения.

Тем не менее, получение критериального соотношения прочности представительного объема УУКМ в виде некоторой аппроксимации результатов моделирования процесса разрушения ячейки периодичности, описывающей область допускаемых осредненных напряжений для конкретного материала, является желательным. Это связано с экономией вычислительных ресурсов при анализе несущей способности реальных элементов конструкций на основе углерод-углеродных материалов, особенно при решении задач их рационального и оптимального проектирования. Изло-

женный в предыдущих разделах подход является всего лишь математической моделью, а полученные на его основе прочностные характеристики композитного материала отражают прочностные свойства реального УУКМ и могут быть уточнены, например, при проведении прямых экспериментальных исследований. Наличие промежуточных аппроксимаций позволило бы корректировать их, учитывая при необходимости данные прямого эксперимента, не изменяя принципиально при этом расчетную модель УУКМ и элемента конструкции на его основе. Для построения поверхностей прочности композитных материалов широкое практическое применение получили феноменологические критерии тензорно-полиномиального вида [22, 45], которые могут быть представлены в виде

$$(\Pi_i \sigma_i)^{\alpha} + (\Pi_{ij} \sigma_i \sigma_j)^{\beta} + (\Pi_{ijk} \sigma_i \sigma_j \sigma_k)^{\gamma} + \quad = 1, \qquad (7.71)$$

где i, j, k—1, 2, 6 для плоского напряженного состояния, i, j, k—1 6 для общего случая напряженного состояния; σ_i—компоненты тензора осредненных напряжений, Π_i, Π_{ij}, Π_{ijk}—компоненты тензоров эффективной прочности композита. При использовании тензорно-полиномиальной аппроксимации предельной поверхности (7.71) теоретически возможно сколь угодно точное приближение к поверхности прочности реального материала. Однако при этом необходимо определять значения компонент всех тензоров прочности на основе результатов базовых испытаний или данных математического моделирования поведения материала при одноосном растяжении—сжатии, чистом сдвиге и иных видах нагружения. Число компонент тензоров прочности в представлении (7.71) катастрофически быстро растет с привлечением новых членов ряда, поэтому в практических расчетах ограничиваются лишь двумя первыми слагаемыми. Так, при $\alpha = \beta = 1$ получаем критерий прочности в форме Цая—Ву и критерий Гольденблата—Копнова при $\alpha = 1$, $\beta = 0{,}5$.

В работах [44, 45] отмечается, что тензорно-полиномиальная форма критерия прочности второго порядка недостаточна для описания предельной поверхности прочности волокнистых композитов со сложной структурой армирования (композитов на тканевой основе, пространственно армированных систем). Действительно, если попытаться аппроксимировать предельную поверхность прочности слоя тканого УУКМ с пирографитной матрицей, данные о прочности которого представлены в табл 7.1, получим следующие значения компонент тензоров прочности анизотропной среды для феноменологических критериев:

$$\Pi_1 = 1/S_1^+ - 1/S_2^-, \quad \Pi_2 = 1/S_2^+ - 1/S_2^-,$$

$$\Pi_{11} = 1/S_1^+ S_1^-, \quad \Pi_{22} \quad 1/S_2^+ S_2^-, \quad \Pi_{66} = 1/S_{12}^2,$$

$\Pi_{12} \quad -1/S_1^+ S_1^-$ (для критерия Хоффмана),

$\Pi_{12} = 1/S^2 - \Pi_{11} - \Pi_{22} - (\Pi_1 + \Pi_2)/S$

(для критерия Цая—Ву), (7.72)

где S_1^+—предел прочности при растяжении вдоль основы, S_1^-—предел прочности при сжатии по основе, S_2^+—предел прочности при растяжении вдоль утка, S_2^-—предел прочности при сжатии по утку, S_{12}—предел прочности при внутрислойном сдвиге, S—предел прочности при двухосном растяжении.

На рис. 7.15 приведены предельные поверхности прочности тканого УУКМ в плоскости $(\sigma_1; \sigma_2)$, построенные с использованием критериев прочности Хоффмана и Цая—Ву. Точками на этом рисунке указаны предельные уровни напряжений для различных схем нагружения, полученные с использованием конечно-элементной процедуры. Как видно из рисунка, тензорно-полиномиальные критерии очень плохо описывают прочность слоя тканого УУКМ для схем нагружения, непосредственно не используемых для определения значений Π_i и Π_{ij} в (7.72). При этом критерии Хоффмана и Цая—Ву при определенном соотношении компонент напряженного состояния завышают допустимый уровень напряжений в 2,0—2,5 раза, что не обеспечивает необходимой точности при проведении инженерных расчетов.

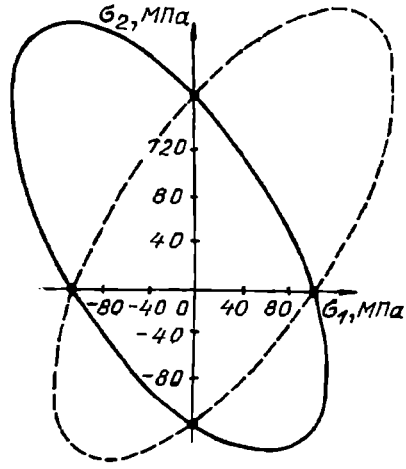


Рис. 7.15. Аппроксимация поверхности прочности УУКМ типа 2*D* феноменологическими критериями: сплошная линия—критерий Цая—Ву, штриховая линия—критерий Хоффмана

Критерий Гольденблата—Копнова при вычислении компонент тензора прочности требует выполнения условия совместности для различных пределов прочности материала,

$$(1/S_1^+) - (1/S_2^+) - (1/S_1^-) + (1/S_2^-) = (1/S_{45}^+) - (1/S_{45}^-), \quad (7.73)$$

где S_{45}^+ и S_{45}^-—пределы прочности при внутрислойном сдвиге под углом $\pm 45°$. Условие совместности (7.73) не выполняется для слоя тканого УУКМ (см. табл. 7.2), следовательно, критерий Гольденблата—Копнова нельзя использовать для построения аппроксимации поверхности прочности. Таким образом, критерии тензорно-

полиномиального вида не обладают достаточной гибкостью для аппроксимации предельных поверхностей прочности таких сложных композиций, какими являются тканые и пространственно-армированные УУКМ. Однако использование критериальных соотношений вида (7.71) высших порядков приводит к необходимости определения дополнительных констант и, следовательно, связано с испытаниями на прочность в условиях сложного напряженного состояния. Поэтому задача построения феноменологического критерия прочности материалов со сложной структурой без привлечения дополнительных экспериментов представляет определенный интерес.

В рамках феноменологического подхода предельная поверхность материала рассматривается как некоторая аппроксимация, построенная на основе данных о прочности материала для конкретных схем нагружения. Тензорно-полиномиальная форма критерия прочности (7.71) представляет собой аппроксимацию предельной поверхности степенными функциями. Известно, что определенными преимуществами по сравнению с другими способами обладает метод аппроксимации с применением сплайн-функций [28].

Построим предельную поверхность прочности УУКМ с использованием сплайн-аппроксимаций. В случае плоского напряженного состояния критериальное выражение можно представить в виде поверхности в пространстве напряжений σ_1, σ_2, σ_{12}. Так как предельная поверхность является замкнутой, то естественно строить ее сплайн-аппроксимацию в параметрической форме,

$$\sigma_1 = \sigma_1(\xi, \eta), \quad \sigma_2 = \sigma_2(\xi, \eta), \quad \sigma_{12} = \sigma_{12}(\xi, \eta), \tag{7.74}$$

где ξ, η—параметры, определенные таким образом, что узловые точки ξ_i и η_i, соответствующие прочностным характеристикам композита, образуют возрастающую последовательность целых чисел, $i = 1, 2, 3 \ldots$ Так, если в качестве исходной информации о прочности материала принять данные о прочности слоя УУКМ при одноосном растяжении и сжатии, внутрислойном сдвиге и двухосном растяжении и сжатии, можно определить узловые значения аппроксимирующей функции (7.74), табл. 7.4. Теперь для определения коэффициентов сплайн-функции необходимо наложить требование гладкости аппроксимации на границах ячеек сетки, вершины которой образованы набором узлов. При этом значения функций $\sigma_1(\eta, \xi_i)$, $\sigma_1(\eta_i, \xi)$, $\sigma_2(\eta, \xi_i)$, $\sigma_2(\eta_i, \xi)$, $\sigma_{12}(\eta, \xi_i)$, $\sigma_{12}(\eta_i, \xi)$ и их производные по параметрам η и ξ до k-го порядка включительно должны быть одинаковыми (равными) на границе подобластей при приближении к ней справа и слева. Учитывая, что предельная поверхность является замкнутой, а функции, определяющие замкнутую поверхность в параметрическом виде,— периодическими, необходимо наложить условие равенства функций

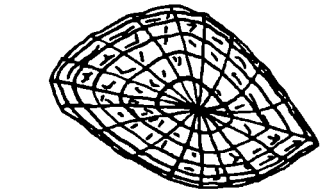
σ_1, σ_2, σ_{12} и их производных на соответствующих границах изменения параметров.

Таблица 7.4

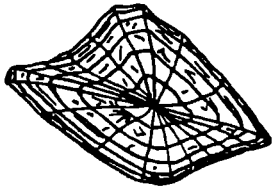
Узловые значения сплайн-аппроксимации предельной поверхности прочности слоя тканого УУКМ

σ	ζ	η								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
σ_1	1	$-S_1^-$	$-S^-$	0	S_{45}^+	S_1^+	S^+	0	$-S_{45}^-$	$-S_1^-$
	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	3	S_1^+	S^+	0	$-S_{45}^-$	$-S_1^-$	$-S^-$	0	S_{45}^+	S_1^+
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	5	$-S_1^-$	$-S^-$	0	S_{45}^+	S_1^+	S^+	0	$-S_{45}^-$	$-S_1^-$
σ_2	1	0	$-S^-$	$-S_2^-$	$-S_{45}^+$	0	S^+	S_2^+	S_{45}^-	0
	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	3	0	S^+	S_2^+	S_{45}^-	0	$-S^-$	$-S_2^-$	$-S_{45}^+$	0
	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	5	0	$-S^-$	$-S_2^-$	$-S_{45}^+$	0	S^+	S_2^+	S_{45}^-	0
σ_{12}	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	S_{12}	S_{12}	S_{12}	S_{12}	S_{12}	S_{12}	S_{12}	S_{12}	S_{12}
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	4	$-S_{12}$	$-S_{12}$	$-S_{12}$	$-S_{12}$	$-S_{12}$	$-S_{12}$	$-S_{12}$	$-S_{12}$	$-S_{12}$
	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0

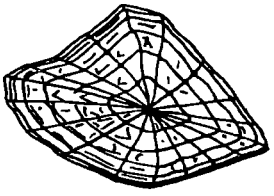
В качестве примера рассмотрим модельный углеродный волокнистый материал, пределы прочности которого были получены путем решения соответствующих задач микромеханики с использованием алгоритма метода конечных элементов. Для построения сплайн-аппроксимации предельной поверхности принимались следующие значения прочностных характеристик: $S_1^+ = 105$ МПа, $S_1^- = 105$ МПа, $S_2^+ = 173$ МПа, $S_2^- = 116$ МПа, $S_{12} = 11{,}6$ МПа, $S_{45} = 58$ МПа, S^+ 74 МПа, $S^- = 82$ МПа. Сплайн-аппроксимация проводилась полиномами второго и третьего порядков по методу Рябенького. Результаты моделирования представлены на рис. 7.16. Преимуществом параметрической сплайн-аппроксимации является тот факт, что использование результатов дополнительных опытов или отсутствие каких-либо прочностных



а



б



в

Рис. 7.16. Сплайн-аппроксимация поверхности прочности слоя УУКМ типа 2*D*

характеристик не изменяет процедуру построения поверхности, а лишь приводит к дописыванию или вычеркиванию соответствующих строк или столбцов из табл. 7.4. Поэтому на рисунке представлено три аппроксимации предельной поверхности прочности одного и того же материала, но в первом случае (рис. 7.16,*а*) учитывались данные о прочности материала на одноосное растяжение—сжатие и внутрислойный сдвиг, во втором случае (рис. 7.16,*б*), кроме того, учитывался предел прочности при внутрислойном сдвиге под углом 45°, в третьем случае (рис. 7.16,*в*) учтены данные о прочности материала при двухосном растяжении и сжатии. Использование полиномов второго или третьего порядка для построения сплайн-аппроксимаций предельной поверхности прочности материала не выявило существенного различия между получаемыми аппроксимациями. Таким образом, параметрическая сплайн-аппроксимация может быть использована в качестве прикладного феноменологического критерия прочности композитного материала со сложной структурой.

7.10. Поверхности прочности углеродных композитов структуры типа 3*D* и 2*D*

Используем параметрическую сплайн-аппроксимацию для построения предельных поверхностей прочности слоя углерод-углеродного композита на тканевой основе (структура типа 2*D*) и армированного углеволокнами в трех направлениях углеродного материала (структура типа 3*D*). Для построения предельных поверхностей прочности воспользуемся как результатами МКЭ-анализа несущей способности композитного материала, так и данными экспериментального исследования свойств углеродных композитов структуры 2*D* и 3*D*.

На рис. 7.17 приведена сплайн-аппроксимация поверхности прочности слоя углерод-углеродного материала типа «Кубин» с пироуглеродной матрицей. Приведены аксонометрическая проекция (рис. 7.17,*а*) и проекция на плоскость нормальных напряжений в направлении основы и утка углеродного каркаса (рис. 7.17,*б*). Для построения поверхности прочности УУКМ использованы результаты численного моделирования методом конечного элемента при

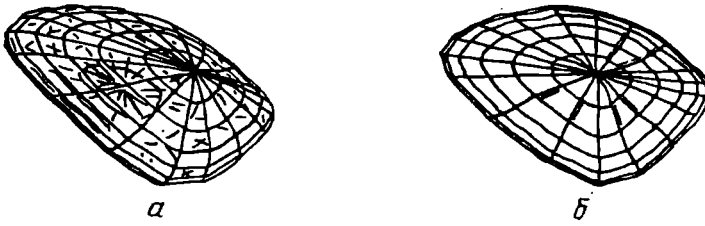


Рис. 7.17. Сплайн-аппроксимация поверхности прочности УУКМ типа «Кубин» с пироуглеродной матрицей (МКЭ-анализ)

нагружении ячейки периодичности структуры слоя тканого композитного материала (см. табл. 7.2) по схемам нагружения *1*, *3*, *5*, *6*, *8* (см. рис. 7.11).

Как видно из рисунка, предельная поверхность прочности, построенная на основе данных МКЭ-анализа, имеет достаточно сложную форму, определяемую относительно низкими значениями прогнозируемых пределов прочности УУКМ на сдвиг по сравнению с прочностью слоя на растяжение—сжатие.

Построим предельную поверхность слоя УУКМ типа «Кубин» с пироуглеродной матрицей на основе экспериментальных данных. В табл. 7.5 приведены результаты экспериментального исследования прочности углерод-углеродного материала при одноосном растяжении и сжатии. Характерной особенностью экспериментальных данных является статистический разброс значений разрушающих напряжений (коэффициент вариации 9 %). Для учета статистической природы прочности углерод-углеродного композита необходимо строить предельные поверхности равной надежности, обеспечивающие уровень вероятности разрушения материала в ограниченной данной поверхностью области пространства напряжений не более предельно допустимого. Так, если принять статистическое распределение прочности УУКМ в виде двухпараметрического закона Вейбулла

$$P(\sigma) = 1 - \exp\left[-(\sigma/a)^b\right], \tag{7.75}$$

где a, b—параметры уровня и формы соответственно, то уровень напряжений σ, обеспечивающий надежность R, может быть определен по следующей формуле:

$$\sigma = a[-\ln R]^{1/b}. \tag{7.76}$$

Используя выражение (7.76), можно вычислить уровни напряжений равной надежности для каждой из схем нагружения материала, принимая соответствующие значения параметров уров-

ня и формы, и на их основе построить сплайн-аппроксимацию предельной поверхности прочности равной надежности.

Таблица 7.5

Статистические параметры прочности УУКМ типа «Кубин» при одноосном растяжении—сжатии (данные эксперимента)

Схема нагружения	Число образцов	Средняя прочность, МПа	Коэффициент вариации, %	Параметры Вейбулла	
				уровня, МПа	формы
Растяжение по основе	11	49,4	13,2	52,2	9,0
Растяжение по утку	9	71,9	9,5	74,9	12,7
Сжатие по основе	18	65,6	16,2	70,0	7,2
Сжатие по утку	17	86,3	14,9	91,7	7,9

На рис. 7.18 приведены предельные кривые прочности УУКМ в плоскости нормальных напряжений, обеспечивающие 99-, 90-, 50- и 10-процентный уровень надежности материала (кривые *1*, *2*, *3*, *4*, соответственно). Отсутствие экспериментальных данных о сдвиговой прочности слоя УУКМ не позволяет построить всю поверхность полностью. Кроме того, при построении предельной кривой в плоскости нормальных напряжений необходимо знать

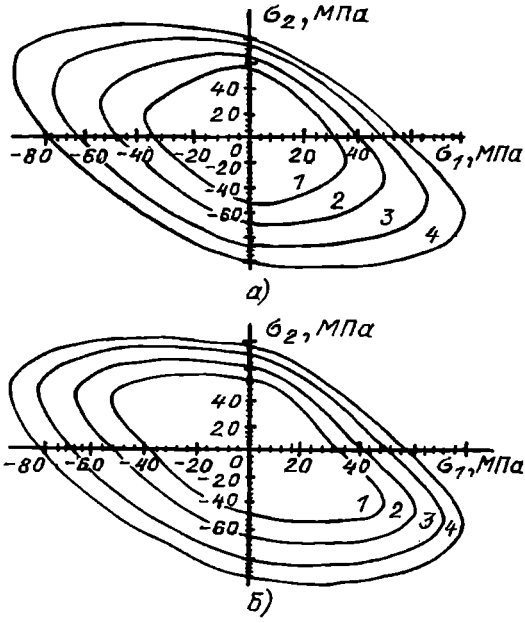


Рис. 7.18. Сплайн-аппроксимация предельных кривых равной надежности УУКМ типа «Кубин» (эксперимеитальные данные)

значение прочности УУКМ на внутрислойный сдвиг под углом 45° к направлениям армирования. Поэтому кривые прочности, приведенные на рис. 7.18, построены для значения параметра уровня статистического распределения прочности на сдвиг под углом 45°, равного 70 МПа. Исследовано влияние разброса сдвиговой прочности на форму предельных кривых одинаковой надежности. На рис. 7.18,*а* приведены результаты для значения параметра формы статистического распределения сдвиговой прочности, равного шести, что соответствует коэффициенту вариации ~ 20 %. На рис. 7.18,*б* параметр формы прочности на сдвиг равен двенадцати (коэффициент вариации ~ 10 %). Как видно из рисунков, даже изменение одного из параметров разброса прочности существенно меняет форму поверхности прочности в области высокой надежности углерод-углеродного материала, представляющей наибольший практический интерес.

Проведем сопоставление поверхностей прочности слоя УУКМ типа «Кубин», построенных на основе расчета прочности материала с использованием при решении краевой задачи микромеханики МКЭ-процедуры и по результатам непосредственного экспериментального определения прочностных свойств углерод-углеродного композита на тканевой основе. Результаты сопоставления приве-

жимую для данных значений механических свойств компонентов и геометрии структуры слоя УУКМ типа «Кубин» при условии отсутствия каких-либо несовершенств и дефектов структуры в композите.

При построении аппроксимаций необходимо проводить оценку близости получаемого приближения с аппроксимируемой поверхностью. Напомним, что при построении поверхности прочности углерод-углеродного композитного материала структуры «Кубин» на основе МКЭ-анализа были использованы значения расчетных пределов прочности слоя композита при одноосном растяжении и сжатии и внутрислойном сдвиге под углом 45° к направлению армирования. Убедиться в том, насколько полученная аппроксимация хорошо описывает реальную поверхность прочности, можно путем получения новых точек продольной поверхности УУКМ. Для этого проведем численное моделирование деформирования и разрушения ячейки периодичности структуры исследуемого материала в условиях нагружения, непосредственно не использованных для построения аппроксимации (в условиях двухосного растяжения или сжатия, например).

На рис. 7.20 приведена аппроксимация предельной кривой в плоскости нормальных напряжений, а точками отмечены результаты МКЭ-анализа прочности композита при различных соотношениях нормальных напряжений, действующих в направлении основы и утка. Полученный результат можно признать удовлетворительным в связи с тем, что аппроксимация не завышает прочности слоя УУКМ при различных схемах нагружения. Заметим также, что привлечение результатов о разрушении слоя материала при двухосном растяжении и сжатии в качестве узловых точек сплайн-аппроксимации позволяет построить более точное приближение предельной поверхности УУКМ типа «Кубин» с пироуглеродной матрицей. В этом случае отклонение точек, не являющихся узлами аппроксимации, от сплайн-функции предельной кривой не превышает погрешности построения графика на рис. 7.20.

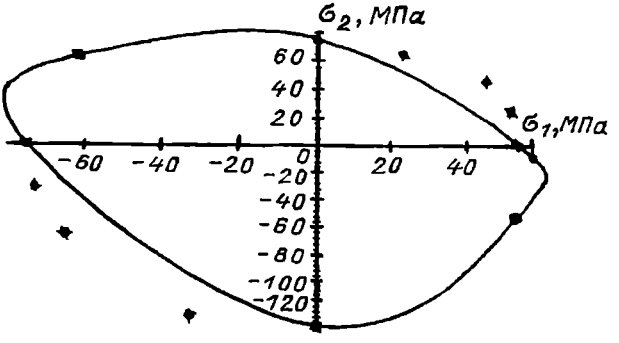


Рис. 7.20. Оценка точности сплайн-аппроксимации поверхности прочности УУКМ: точки—МКЭ-анализ

Исследуем прочностные свойства углерод-углеродного композита, армированного системой трех взаимно перпендикулярных нитей (структура типа 3*D*). Ячейка периодичности пространственно-армированного материала приведена на рис. 6.8. Методика численного анализа прочностных свойств УУКМ отличается лишь тем, что подобласть *4* ячейки периодичности слоя УУКМ (см. рис. 7.10) заполнена материалом армирующей углеродной нити, ориентированной перпендикулярно к направлению нитей утка и основы, жесткостные и прочностные характеристики определяются с использованием соотношений (7.43), (7.44) и (7.47)—(7.51). Проводился расчет пространственно-армированного материала с одинаковым коэффициентом армирования в каждом из трех направлений ($l_1 = l_2 = 2h$, см. рис. 7.10). Сплайн-аппроксимация предельной поверхности прочности УУКМ структуры 3*D* представлена на рис. 7.21. Приведена предельная кривая в плоскости

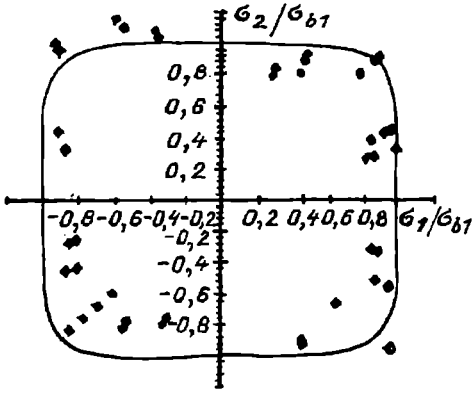


Рис. 7.21. Сплайн-аппроксимация предельной кривой прочности УУКМ типа 3*D* (точки—данные эксперимента [101])

нормальных напряжений, построенная на основе данных МКЭ-анализа прочности неоднородного материала при одноосном и двухосном растяжении—сжатии в направлении армирования и при сдвиге под углом 45°. Точками на рис. 7.21 отмечены результаты прочностных испытаний подобного материала при двухосном нагружении [101]. Совпадение результатов численного моделирования прочностных свойств пространственно-армированного УУКМ с экспериментальными данными удовлетворительное. Расчет, как и в случае армированной в двух направлениях структуры типа «Кубин», дал несколько завышенные, по сравнению с фиксируемыми в эксперименте, прочностные характеристики, что объясняется наличием несовершенств в реальной структуре УУКМ. Кроме того, в работе [101] не приведена информация о свойствах матрицы углеродного композита, а расчеты проделаны для пироуглеродного связующего, что также обусловливает отличие экспериментальных и расчетных данных.

ГЛАВА 8

РАСЧЕТ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ УГЛЕРОД-УГЛЕРОДНЫХ МАТЕРИАЛОВ

8.1. Деформирование тонкостенных оболочечных конструкций из углерод-углеродных композитов

Исследование напряженно-деформированного состояния тонкостенных оболочек из углерод-углеродных материалов, после того как определены жесткостные и прочностные характеристики слоя УУКМ, связано с построением соотношений теории многослойных анизотропных оболочек. Общая проблема понижения размерности краевой задачи объемной теории упругости при анализе тонкостенных элементов конструкций в большинстве работ решается с помощью гипотез Кирхгоффа—Лява для всего пакета слоев в целом. Известно, что данный подход является корректным для тонких изотропных и слабо анизотропных оболочек. Для слоистых конструкций из волокнистых композитных материалов, обладающих значительной анизотропией упругих и прочностных свойств в плоскости слоя и относительно слабой сопротивляемостью поперечному сдвигу, применение гипотез Кирхгоффа—Лява является менее обоснованным и может привести к существенным погрешностям. Этим обстоятельством объясняется необходимость использования уточненных теорий оболочек с привлечением меньшего числа гипотез, использованием для анализа деформирования тонкостенных конструкций из УУКМ модели Тимошенко.

В настоящее время имеется достаточно большое число работ, посвященных построению уточненных моделей теории многослойных оболочек. Можно выделить два основных направления развития современной теории слоистых оболочек. К первому, более общему направлению, относятся работы, в которых при выводе разрешающих соотношений применяют кинематические гипотезы для каждого отдельного слоя. Порядок уравнений в этом случае зависит от числа слоев в пакете, поэтому реализация краевой задачи теории оболочек в данной постановке связана с определенными трудностями. Ко второму направлению следует отнести

работы на основе гипотез, привлекаемых для пакета слоев в целом. Общим для большинства из них является допущение о характере распределения поперечных касательных напряжений или тангенциальных перемещений по толщине пакета.

Следует отметить, что несмотря на разнообразие уточненных моделей теории многослойных оболочек, результатов сравнительного анализа недостаточно для установления пределов применения или критериев использования того или иного варианта уточненных теорий. Тем не менее проведенные исследования показывают, что для макроскопически однородных тонких анизотропных оболочек введение кинематически неоднородных моделей деформирования по толщине пакета слоев не оказывает существенного влияния на механическое поведение конструкции в целом, а лишь усложняет анализ напряженно-деформированного состояния.

Исследование деформирования тонкостенных слоистых оболочек из углерод-углеродных материалов на макроскопическом уровне будем проводить в рамках кинематической модели Тимошенко для всего пакета слоев. Разрешающие соотношения получим на примере оболочек вращения, так как многие элементы тонкостенных конструкций на основе УУКМ являются осесимметричными телами. Нелинейные геометрические соотношения [11] в квадратичном приближении в цилиндрической системе координат имеют вид

$$e_x = \varepsilon_x + \frac{1}{2}\left[\varepsilon_x^2 + \left(\frac{1}{2}\varepsilon_{xz} - \omega\right)^2\right],$$

$$e_\theta = \varepsilon_\theta + \frac{1}{2}\varepsilon_\theta^2,$$

$$e_{xz} = \varepsilon_{xz} + \varepsilon_x\left(\frac{1}{2}\varepsilon_{xz} + \omega\right), \tag{8.1}$$

где

$$\varepsilon_x = \frac{dU}{dx}\sin\beta + \frac{dW}{dx}\cos\beta,$$

$$\varepsilon_\theta = W/r, \qquad \varepsilon_{xz} = \gamma + \Omega, \qquad 2\omega = \gamma - \Omega,$$

$$\Omega = \frac{dW}{dx}\sin\beta - \frac{dU}{dx}\cos\beta.$$

Здесь U, W—перемещение точек координатной поверхности оболочки по касательной и по нормали к образующей оболочки вращения соответственно, γ—угол поворота нормали при деформировании оболочки в меридиальном сечении; радиус координатной поверхности оболочки вращения $r = r(x)$; первоначальный угол между направлением нормали к координатной поверхности и осью вращения оболочки $\beta = \beta(x)$. Уравнения (8.1) описывают нелинейные деформации e_x, e_θ, e_{xz} координатной поверхности оболочки, а компоненты тензора деформации e_x^z, e_θ^z

e^z_{xz} в произвольной точке тонкостенной конструкции, удаленной на расстояние z от координатной поверхности, определяются следующим образом:

$$e^z_x = e_x + z\kappa_x,$$

$$e^z_\theta = e_\theta + z\kappa_\theta,$$

$$e^z_{xz} = e_{xz}, \tag{8.2}$$

где

$$\kappa_x = \frac{d\gamma}{dx}(1 + \varepsilon_x),$$

$$\kappa_\theta = \frac{\cos\beta}{r}\gamma(1 + \varepsilon_\theta).$$

Компоненты тензора деформации в произвольной точке оболочки в системе координат, связанной с осями ортотропии слоя УУКМ, определяются соотношениями поворота тензора второго ранга,

$$e^z_{11} = e^z_x \cos^2\varphi + e^z_\theta \sin^2\varphi,$$

$$e^z_{22} = e^z_x \sin^2\varphi + e^z_\theta \cos^2\varphi,$$

$$e^z_{12} = (e^z_\theta - e^z_x)\sin 2\varphi,$$

$$e^z_{13} = e^z_{xz}\cos^2\varphi, \quad e^z_{23} = e^z_{xz}\sin^2\varphi, \tag{8.3}$$

где φ—угол армирования слоя, удаленного на расстояние z от координатной поверхности (угол между направлением нитей основы слоя и образующей оболочки вращения).

Линейные физические соотношения для слоя ортотропного материала в условиях плоского напряженного состояния имеют вид

$$\sigma^z_{11} = \frac{E_{11}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}(e^z_{11} + \nu_{12}e^z_{22}),$$

$$\sigma^z_{22} = \frac{E_{22}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}(e^z_{22} + \nu_{21}e^z_{11}),$$

$$\sigma^z_{12} = G_{12}e^z_{12}, \tag{8.4}$$

где σ^z_{ij}—компоненты тензора напряжений в системе координат, связанной с направлениями армирования слоя, E_{11}, E_{22}—модули Юнга, ν_{12}, ν_{21}—коэффициенты Пуассона, G_{12}—модуль внутрислой-

ного сдвига слоя УУКМ. Для оценки межслойных сдвиговых напряжений УУКМ используют также линейные физические соотношения

$$\sigma_{13}^{z} = G_{13}e_{13}^{z}, \quad \sigma_{23}^{z} = G_{23}e_{23}^{z}, \tag{8.5}$$

где G_{13} и G_{23}—модули межслойного сдвига пакета УУКМ.

Уравнения равновесия оболочки вращения в цилиндрической системе координат при осесимметричном деформировании имеют вид

$$\frac{1}{r}\frac{d(rT_x^*)}{dx} - \frac{1}{r}T_\theta^* \cos\beta + \frac{1}{R_1}T_{xz}^* = -q_x^*,$$

$$\frac{1}{r}\frac{d(rT_{x\theta}^*)}{dx} - \frac{1}{r}T_{x\theta}\cos\beta = -q_\theta,$$

$$-\left(\frac{T_x^*}{R_1} + \frac{T_\theta^*}{R_2}\right) + \frac{1}{r}\frac{d(rT_{xz}^*)}{dx} = -q_n^*,$$

$$\frac{1}{r}\frac{d(rM_x)}{dx} - T_x \quad -m_x,$$

$$\frac{1}{r}\frac{d(rM_{x\theta})}{dx} + \frac{1}{r}M_{x\theta}\cos\beta = 0, \tag{8.6}$$

при этом

$$T_x^* = T_x - T_{xz}\Omega, \quad q_x^* = q_x - q_n\Omega,$$

$$T_{xz}^* = T_{xz} + T_x\Omega, \quad q_n^* = q_n + q_x\Omega,$$

где R_1, R_2—главные радиусы кривизны срединной поверхности, T_x, T_θ, $T_{x\theta}$—мембранные продольные и сдвиговые усилия, T_{xz}—перерезывающие усилия, M_x и M_θ—изгибающий и крутящий моменты, q_x, q_θ, q_n, m_x—проекции векторов внешних усилий и моментов, приведенных к координатной поверхности оболочки вращения. При формулировке краевой задачи соотношения (8.1)—(8.6) должны быть дополнены необходимыми граничными условиями.

Системы разрешающих уравнений, описывающих нестационарное поведение оболочки вращения при осесимметричном напряженно-деформированном состоянии, получим на основе вариационного принципа Даламбера—Лагранжа. Вариационное уравнение в этом случае имеет вид

$$\int_\Lambda \delta w\, d\Lambda - \int_\Lambda \rho h\left[\ddot{U}\delta U + \ddot{W}\delta W + \frac{h^2}{12}\ddot{\gamma}\delta\ddot{\gamma}\right]d\Lambda - \delta A \quad 0, \tag{8.7}$$

где Λ—площадь координатной поверхности оболочки вращения, ρ—плотность материала, h—толщина оболочки, A—работа внешних сил, w—удельная энергия упругой деформации осесимметричной оболочки, определяемая следующим выражением:

$$w = \frac{1}{2}\{C_{11}e_x^2 + 2C_{12}e_x e_\theta + C_{22}e_\theta^2 + C_{55}e_{xz}^2 + A_{11}e_x\kappa_x + \\ + 2A_{12}e_x\kappa_\theta + A_{22}e_\theta\kappa_\theta + D_{11}\kappa_x^2 + 2D_{12}\kappa_x\kappa_\theta + D_{22}\kappa_\theta^2\}. \quad (8.8)$$

Жесткостные характеристики УУКМ многослойной оболочечной конструкции A_{ij}, C_{ij} и D_{ij} определяют осреднением упругих свойств слоев по толщине пакета:

$$C_{ij} = \sum_n B_{ij}^n(z_{n+1} - z_n),$$

$$A_{ij} = \frac{1}{2}\sum_n B_{ij}^n(z_{n+1}^2 - z_n^2),$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3}\sum_n B_{ij}^n(z_{n+1}^3 - z_n^3). \quad (8.9)$$

Здесь n—число слоев УУКМ тонкостенной оболочечной конструкции, z_{n+1} и z_n—расстояния от координатной поверхности оболочки до наиболее удаленной и ближайшей точек n-го слоя, B_{ij}^n—жесткостные характеристики n-го слоя в конструктивной (x, θ, z) системе координат, определяемые жесткостными характеристиками материала слоя и ориентацией слоя по отношению к образующей оболочки вращения

$$B_{11}^n = B_{11}^* c^4 + 2(B_{12}^* + 2B_{66}^*)c^2s^2 + B_{22}^* s^4,$$

$$B_{22}^n = B_{11}^* s^4 + 2(B_{12}^* + 2B_{66}^*)c^2s^2 + B_{22}^* s^4,$$

$$B_{12}^n = (B_{11}^* + B_{22}^* - 4B_{66}^*)c^2s^2 + B_{12}^*(c^4 + s^4),$$

$$B_{66}^n = (B_{11}^* + B_{22}^* - 2B_{12}^* - 2B_{66}^*)c^2s^2 + B_{66}^*(c^4 + s^4),$$

$$B_{16}^n = (B_{11}^* - B_{12}^* - 2B_{66}^*)c^3s + (B_{12}^* - B_{22}^* + 2B_{66}^*)cs^3,$$

$$B_{26}^n = (B_{11}^* - B_{12}^* - 2B_{66}^*)cs^3 + (B_{12}^* - B_{22}^* + 2B_{66}^*)c^3s, \quad (8.10)$$

где

$$B_{11}^* = E_{11}/(1 - \nu_{12}\nu_{21}), \quad B_{22}^* = E_{22}/(1 - \nu_{12}\nu_{21}), \quad B_{66}^* = G_{12},$$

$$B_{12}^* = \nu_{12}B_{22}^*, \quad c = \cos\varphi^n, \quad s = \sin\varphi^n,$$

φ^n—направление армирования нитями основы n-го слоя УУКМ.

Численная реализация вариационного уравнения (8.7) осуществляется путем преобразования исходной краевой задачи к последовательности нелинейных краевых задач относительно пространственных координат. Для этого проводят дискретизацию по временной координате, при которой процесс деформирования (нагружения) конструкции разбивается на ряд этапов (шагов) по параметру t, а производные обобщенных перемещений по времени $\ddot{U}$, $\ddot{W}$ и $\ddot{\gamma}$ аппроксимируются конечно-разностными аналогами [72]. В рамках пошаговой процедуры полагаем величину шага τ достаточно малой, искомые перемещения на $k+1$ временном слое определяем состоянием механической системы на предыдущих этапах, получаемых решением соответствующих нелинейных стационарных краевых задач. Численную реализацию нелинейной стационарной задачи для оболочки вращения осуществляем вариационно-разностным методом [66].

Математическое моделирование процесса деформирования оболочки вращения позволяет определить в любой момент времени распределение полей напряжений и деформаций в слоях многослойной тонкостенной конструкции и провести оценку ее несущей способности по совокупности структурно-феноменологических критериев прочности на основе сплайн-аппроксимации предельной поверхности прочности слоя УУКМ. Кроме того, в рамках предлагаемого подхода открывается возможность использования обратных связей между параметрами состояния механической системы и параметрами траекторий деформирования. Применяемая при этом комбинация сравнительно простых численных методов является в определенном смысле универсальной и довольно эффективной.

8.2. Численное исследование динамического поведения и несущей способности углерод-углеродной оболочечной конструкции

Рассмотрим нестационарное деформирование многослойной оболочечной конструкции из углерод-углеродного композиционного материала, приведенной на рис. 8.1 и представляющей собой по

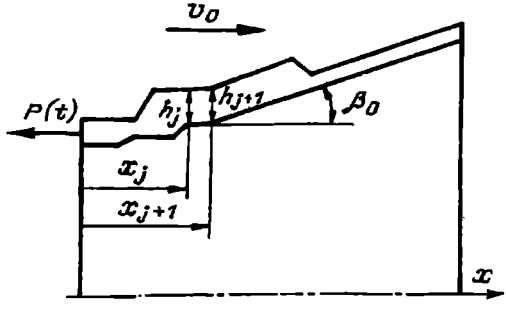


Рис. 8.1. Тонкостенная углерод-углеродная конструкция. Расчетная схема

форме соединение цилиндрического патрубка и конической оболочки с углом раствора β_0. Слой УУКМ создан на основе углеродной ткани и имеет структуру армирования типа $2D$ «Кубин» (см. рис. 7.13). Прогнозирование жесткостных и прочностных характеристик слоя рассмотрено в предыдущей главе. Раскрой и укладка слоев в осесимметричной оболочечной конструкции выполнены таким образом, чтобы направление нитей основы ткани совпадало с осевым направлением x, а направление нитей утка—с окружным направлением θ. Толщина оболочечной конструкции является переменной величиной, изменяющейся по кусочно линейному закону (см. рис. 8.1).

Краевые условия задачи формулируем следующим образом: граничные условия

$$W|_{x=0} = 0,$$

$$U|_{x=0} = f(t),$$

начальные условия

$$\dot{U}|_{t=0} = v_0, \quad 0 \le x \le L, \tag{8.12}$$

где v_0—первоначальная скорость осевого перемещения оболочки, L—длина оболочки.

В сечении $x = 0$ действует осевая нестационарная сила торможения оболочки $P(t)$, закон изменения нагрузки во времени приведен на рис. 8.2 и имеет вид

$$P(t) = \begin{cases} P_1 t & \text{при } 0 \le t \le t_0, \\ P_1(2t_0 - t) & \text{при } t_0 < t \le 3t_0, \\ P_1(t - 4t_0) & \text{при } 3t_0 < t \le 5t_0, \end{cases} \tag{8.13}$$

где $P_1 = P_0/t_0$.

Таким образом описываются условия нагружения в усилиях. Соответствующий соотношениям (8.13) вариант записи условий

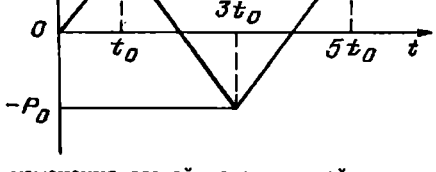


Рис. 8.2. Закон изменения осевой нагрузки, действующей на углерод-углеродную оболочку

нагружения в перемещениях для центра может быть представлен следующими соотношениями:

$$u(t) = \begin{cases} \dfrac{P_1}{6m}(3t_0^2 t - t^3) & \text{при } 0 \le t \le t_0, \\ \dfrac{P_1}{6m}(t^3 - 6t_0 t^2 + 9t_0^2 t - 2t_0^3) & \text{при } t_0 < t \le 3t_0, \\ \dfrac{P_1}{6m}(12t_0 t^2 - t^3 - 45t_0 t^2 - 52t_0^3) & \text{при } 3t_0 < t \le 5t_0 \end{cases} \qquad (8.14)$$

(m—масса оболочки).

Численное исследование деформирования тонкостенной конструкции из углерод-углеродного композиционного материала проводили при следующих исходных данных: $P_0 = 200$ кН, $t_0 = 1 \quad 2$ мс, $v_0 = 15$ мс, диаметр цилиндрического патрубка $D_c = 1{,}15$ м, наибольший диаметр конической оболочки $D_к = 1{,}5$ м, длина цилиндрического патрубка $L_c = 0{,}1$,м, длина оболочки $L = 0{,}45$ м, масса оболочки $m = 30$ кг. Общий вид и расчетная схема нагружения многослойной оболочки приведены на рис. 8.1. Жесткостные и прочностные характеристики слоя УККМ типа «Кубин» соответствуют данным, приведенным в гл. 7. Граничные и начальные условия принимаем в виде (8.11) и (8.12). Помимо условий нагружения (8.13), рассматривались следующие варианты внешних воздействий на исследуемую конструкцию:

$$P = P(t), \quad \dot{U}\,|_{t=0} = v_0, \quad U(0, t) = U(0, t_0) \text{ при } t > t_0 \qquad (8.15)$$

либо

$$P = 0, \quad \dot{U}\,|_{t=0} = v_0, \quad U(0, t) = 0 \text{ при } t > 0. \qquad (8.16)$$

Необходимость рассмотрения нескольких вариантов нагружения обусловлена недостаточной экспериментальной информацией о характере воздействия, отражающей реальный динамический режим работы углерод-углеродной слоистой оболочки. При этом вариант нагружения (8.16) моделирует удар оболочки без демпфирования. На рис. 8.3 приведено распределение напряжений σ_θ при нагружении оболочечной конструкции по закону (8.14). Графики соответствуют моменту времени $t = t_0$ (когда $P(t) = p_0$) и построены для различных значений параметра нагрузки t_0. Результаты расчетов показывают, что при таком задании параметров нестационарного воздействия скорость нагружения не оказывает существенного влияния на напряжения в слоистой конструкции.

На рис. 8.4 для стационарного нагружения (8.16) приведено распределение прогибов оболочки в различные моменты времени t. Видно, что в процессе деформирования тонкостенной конст-

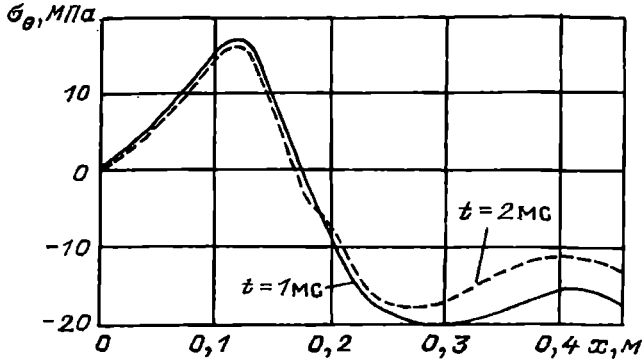


Рис. 8.3. Распределение окружных напряжений в наружном слое углерод-углеродной конструкции

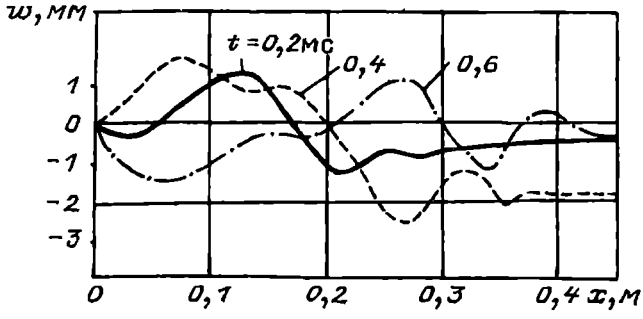


Рис. 8.4. Распределение прогибов углерод-углеродной оболочки в различные моменты времени: 0,2; 0,4 и 0,6 мс

рукции в продольном направлении от левого торца распространяется изгибная волна.

На рис. 8.5 приведено распределение нормальных напряжений σ_x в момент времени $t = 1{,}1$ мс при нагружении оболочки в режиме (8.15), а на рис. 8.6 распределение окружных напряжений σ_θ в момент времени $t = t_0$; кривая *1* соответствует режиму нагружения (8.15), а кривая *2*—режиму (8.16). Видно, что при ударном нагружении оболочки в слоях тонкостенной конструкции достигается наибольший уровень напряжений.

Исследование прочности оболочечной конструкции из углеродного композита, проведенное с использованием сплайн-аппроксимации предельной поверхности прочности слоя УУКМ и данных численного анализа полей напряжений в многослойной конструкции, позволило сделать следующие выводы:

1) при нестационарном нагружении оболочки по закону (8.13) наибольшее значение отношения нормы вектора действующих в слоях напряжений к предельному значению нормы для этой же траектории нагружения (величина, обратная коэффициенту запаса

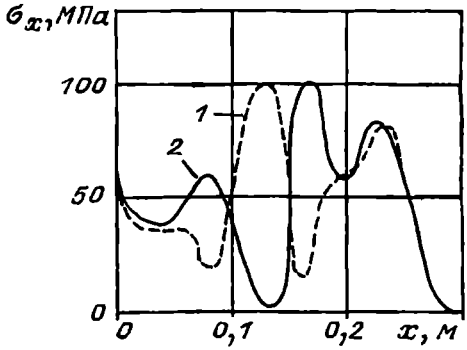


Рис. 8.5. Изменение продольных напряжений в наружном (*1*) и внутреннем (*2*) слоях углерод-углеродной оболочки вращения

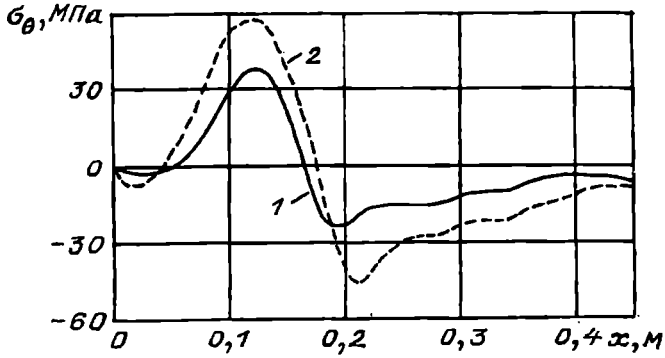


Рис. 8.6. Распределение окружных напряжений в наружном слое оболочки при различных режимах нагружения конструкции

прочности) F_σ составляет 0,03, а структурные напряжения в волокнах нитей утка и основы (а также в углеродном связующем) не превышает своих предельных значений;

2) для режима нагружения (8.15) $\max F = 1.13$, а на

тела можно описать с помощью закона о балансе количества движения, тогда

$$mv_0 = \int_0^t P(t)\,dt. \qquad (8.17)$$

Предположим также, что закон изменения силы $P(t)$ является кусочно-линейным (см. рис. 8.2), а полное торможение оболочечной конструкции происходит в момент достижения осевой силой $P(t)$ своего наибольшего значения. Тогда при заданных значениях первоначальной скорости оболочки v_0, амплитуды результатирующей силы сопротивления P_0 и массы оболочечной конструкции m значение параметра t_0 определим из уравнения (8.17). Расчеты показали, что при $v_0 = 7{,}2$ м/с, $P_0 = 200$ кН и $m = 30$ кг значение t_0 составляет примерно 2,4 мс.

Результаты расчета осевого перемещения левого (нагруженного) торца оболочки вращения с момента начала ее торможения иллюстрирует рис. 8.7. Максимальное смещение оболочки происходит в момент времени $t \neq t_0$, определенный при решении уравнения (8.17). Результат объясняется тем, что уравнение баланса количества движения (8.17) не учитывает деформируемости углерод-углеродной конструкции.

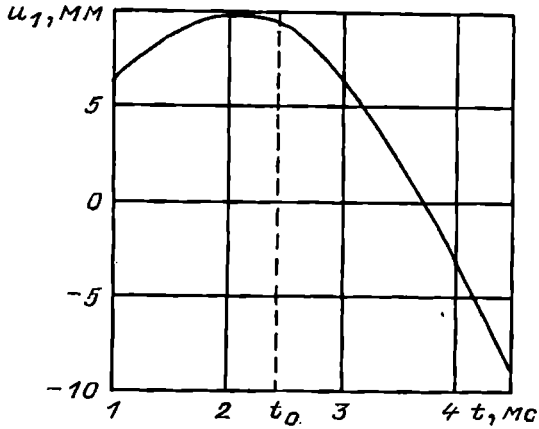


Рис. 8.7. Осевое перемещение левого торца углеродной оболочки вращения

На рис. 8.8 приведено распределение прогибов оболочки в различные моменты времени до и после торможения тонкостенной конструкции как единого целого, причем максимальное значение прогиба достигается в момент времени $t = 2{,}5$ мс.

Результаты расчета напряжений в поверхностных слоях тонкостенной конструкции в направлении нитей утка (a) и в

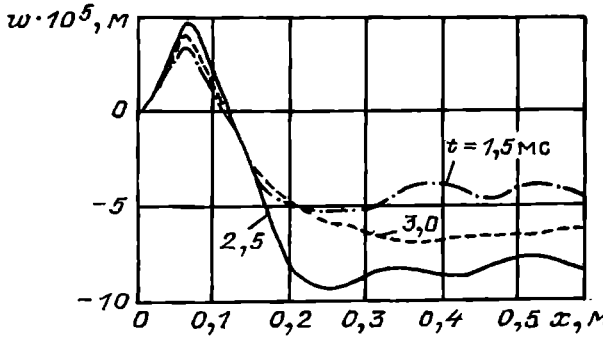


Рис. 8.8. Распределение прогибов углерод-углеродной оболочки в различные моменты времени: 1,5; 2,5 и 3,0 мс

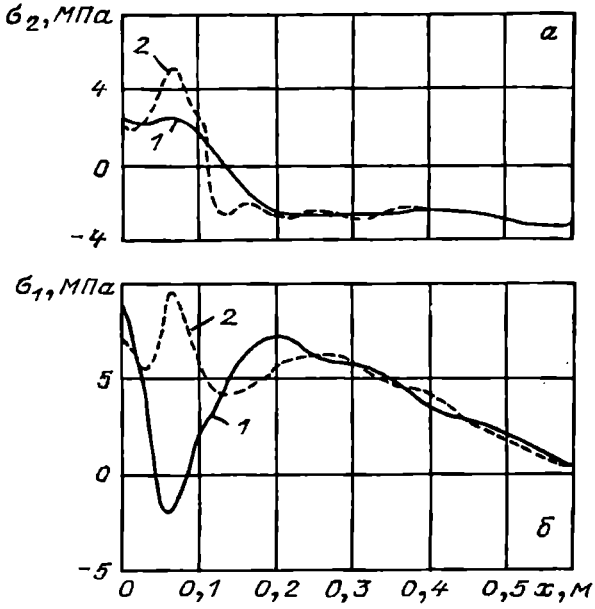


Рис. 8.9. Напряжения в направлении нитей утка (*а*) и в направлении нитей основы (*б*) во внутреннем (*1*) и наружном (*2*) слоях оболочечной конструкции

направлении нитей основы (*б*) углеродной ткани в наиболее опасный момент процесса деформирования ($t = 2{,}5$ мс) отражены на рис. 8.9. Максимальные напряжения возникают в области сопряжения цилиндрической и конической частей оболочечной конструкции—очевидно, именно в этой части оболочки вращения наблюдается наибольшая поврежденность слоев. Рис. 8.10 иллюстрирует уровень (степень) поврежденности наружного и внутреннего слоев углерод-углеродной конструкции в момент времени

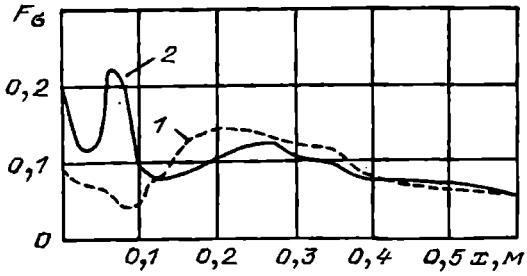


Рис. 8.10. Уровень поврежденности внутреннего (*1*) и наружного (*2*) слоев углеродной конструкции

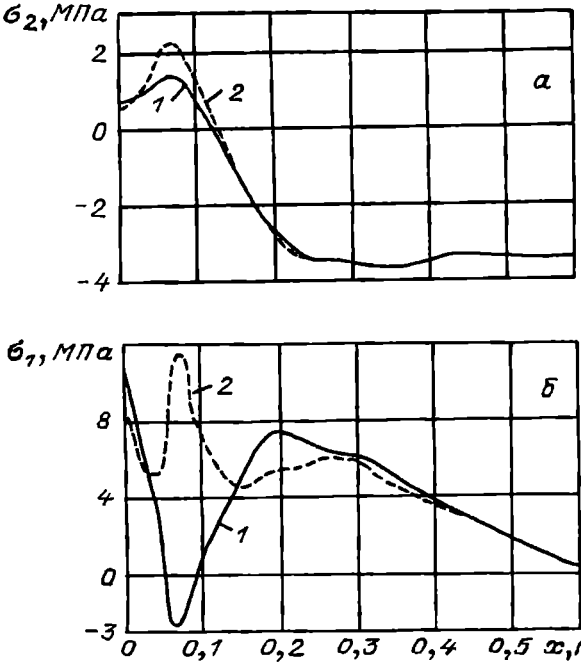
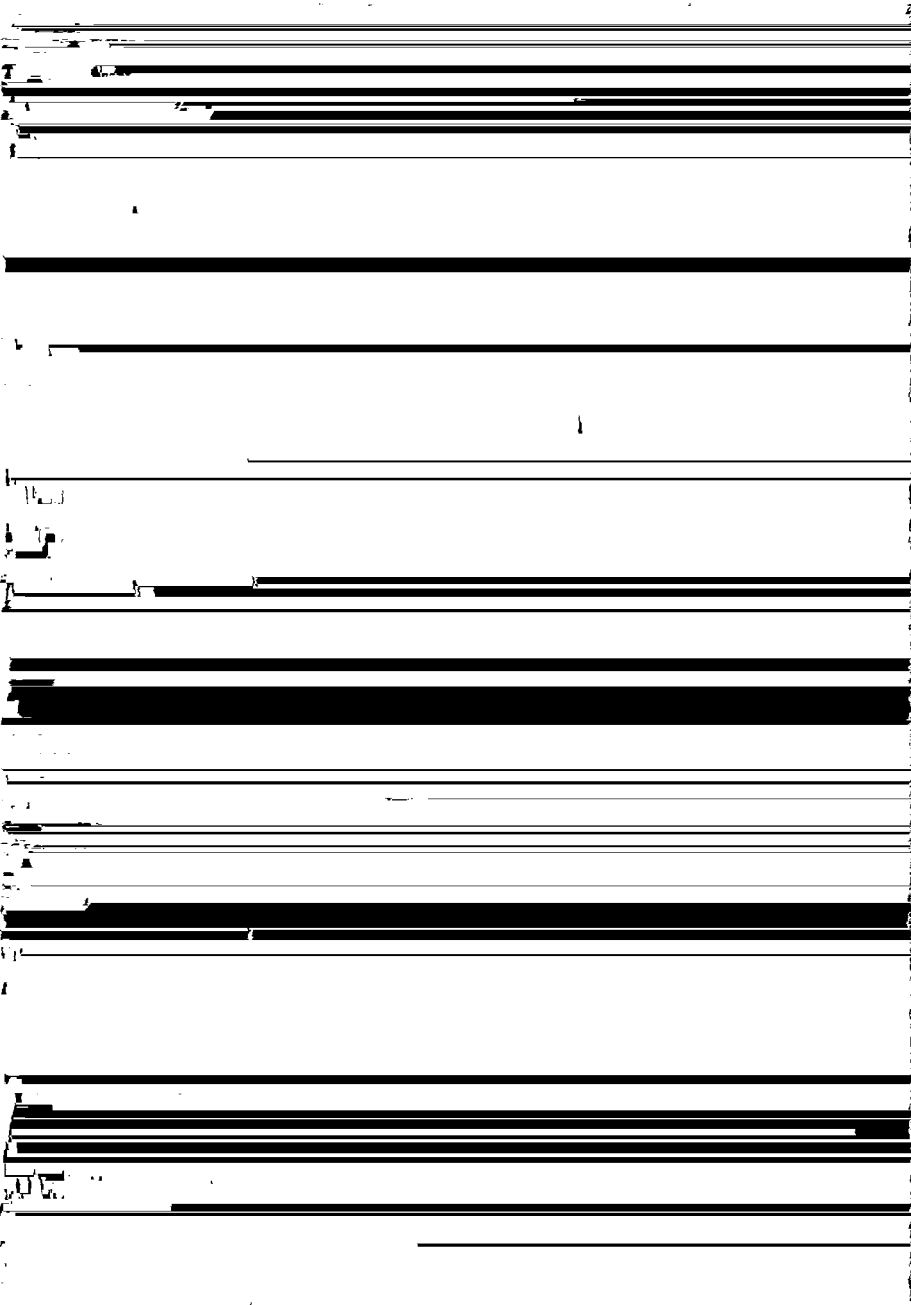


Рис. 8.11. Напряжения в направлении нитей утка (*а*) и в направлении нитей основы (*б*) во внутреннем (*1*) и наружном (*2*) слоях оболочки УУКМ типа «Граурис»

$t = 2{,}5$ мс через значение параметра F_σ, обратно пропорциональное коэффициенту запаса несущей способности соответствующего слоя.

Аналогичные расчеты для углерод-углеродной слоистой оболочки вращения были проведены для случая, когда армирование тканевого слоя УУКМ проводилось по схеме «Граурис» (см. рис. 7.14). Жесткостные свойства несущего слоя углеродной конструкции принимались следующими: модуль Юнга в мериди-

ональном направлении $E_x = 21$ ГПа, модуль Юнга в окружном направлении $E_\theta = 14$ ГПа, коэффициент Пуассона слоя $\nu = 0{,}09$ (наименьший). Результаты численного исследования показывают, что деформирование конструкции при режимах нагружения (8.15)—(8.18) происходит аналогично. Распределение напряжений



дискретизации областей с криволинейными контурами. Дополнительные сложности возникают и в том случае, когда свойства материала или ориентация осей анизотропии относительно глобальных координат изменяются при переходе из одной точки исследуемой конструкции в другую.

Дискретизация области в методе конечного элемента [35] таких недостатков лишена, но система дифференциальных уравнений, получающаяся после аппроксимации функции по пространственным координатам, не является, в отличие от аппроксимации разностными соотношениями, канонической и структура матрицы масс имеет вид, подобный матрице жесткости. В связи с этим при интегрировании системы сеточных дифференциальных уравнений по времени необходимо на каждом временном шаге решать эту систему относительно вектора узловых ускорений [1, 35], что связано с необходимостью обращения системы линейных уравнений большой размерности и приводит к существенным затратам вычислительных ресурсов при численной реали-

где индекс k означает принадлежность соответствующему элементу. Следует отметить, что суммирование в соотношениях (8.19) достаточно проводить только по элементам, непосредственно прилегающим к i-му узлу (на рис. 8.13 эти элементы заштрихованы). Остальные слагаемые тождественно равны нулю в силу того, что энергия деформирования элементов, не содержащих в качестве одной из вершин i-го узла, не зависит от значений узловых перемещений u_i или v_i, по которым осуществляется варьирование.

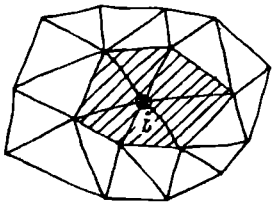


Рис. 8.13. Фрагмент конеч-но-элементной сетки

Для простоты изложения будем считать, что внешние нестационарные нагрузки можно моделировать сосредоточенными силами, приложенными в узлах сетки. При этом X_i и Y_i являются проекциями вектора узловой нагрузки, приложенной в узле с номером i. Тогда вариация работы внешних сил на возможных перемещениях определится следующим образом:

$$\frac{\delta U}{\delta u_i} = X_i, \quad \frac{\delta U}{\delta v_i} = Y_i. \tag{8.20}$$

Проварьировав работу сил инерции, получаем

$$\frac{\delta I}{\delta u_i} = u_i \sum_{k=1}^{l} \rho u^k_{,u_i} S_k,$$

$$\frac{\delta I}{\delta v_i} \quad v_i \sum_{k=1}^{l} \rho v^k_{,v_i} S_k. \tag{8.21}$$

Суммирование в выражениях (8.21), как и в (8.19), следует проводить только по прилегающим к i-му узлу конечным элементам.

В пределах конечного элемента функции перемещений u и v аппроксимируются с использованием базисных функций

канонический вид, что позволяет при численном интегрировании избежать операции обращения матриц высокой размерности и непосредственно использовать явные разностные схемы.

Выражения для $u^k_{,u_i}$, $u^k_{,x}$, $u^k_{,y}$, $u^k_{,xu_i}$, $u^k_{,yu_i}$, а также для $v^k_{,v_i}$, $v^k_{,x}$, $v^k_{,y}$, $v^k_{,xv_i}$, $v^k_{,yv_i}$ в явном виде могут быть получены после выбора формы аппроксимирующих базисных функций. Рассмотрим простейший способ построения такой аппроксимации для элемента, содержащего n узлов. Введем локальную нумерацию узлов $1 \dots n$, полагая при этом, что узел 1 локальной нумерации соответствует i-му узлу, а последующие локальные номера узлов соответствуют обходу контура элемента против часовой стрелки. Тогда среднее перемещение элемента можно вычислить как среднее арифметическое перемещений узлов элемента,

$$u^k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} u_i, \qquad v^k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} v_i, \tag{8.25}$$

а интересующие значения примут вид

$$u^k_{,u_i} = v^k_{,v_i} = 1/n. \tag{8.26}$$

Частные производные перемещений конечного элемента рассчитаем с использованием численных аналогов контурных интегралов [23], предполагая выпуклость ячеек конечно-элементной сетки,

$$u^k_{,x} = \frac{\sum^{n} (u_{i+1} - u_i)(y_{i+1} - y_i)}{\sum^{n} (x_{i+1} + x_i)(y_{i+1} - y_i)},$$

$$u^k_{,y} = \frac{\sum^{n} (u_{i+1} - u_i)(x_{i+1} - x_i)}{\sum^{n} (x_{i+1} + x_i)(y_{i+1} - y_i)},$$

$$v^k_{,x} = \frac{\sum^{n} (v_{i+1} - v_i)(y_{i+1} - y_i)}{\sum^{n} (x_{i+1} + x_i)(y_{i+1} - y_i)},$$

$$v^k_{,y} = \frac{\sum^{n} (v_{i+1} - v_i)(x_{i+1} - x_i)}{\sum^{n} (x_{i+1} + x_i)(y_{i+1} - y_i)}, \tag{8.27}$$

где x_i, y_i—координаты узлов. Варьируя выражения (8.27) по узловым перемещениям (в локальной нумерации по u_1 и v_1), получаем

$$u^k_{,xu_i} = \frac{y_2 - y_n}{\sum_{i=1}^{n} (x_{i+1} + x_i)(y_{i+1} - y_i)},$$

$$u^k_{,yu_i} = \frac{x_2 - x_n}{\sum_{i=1}^{n} (x_{i+1} + x_i)(y_{i+1} - y_i)},$$

$$v^k_{,xv_i} = u^k_{,xu_i}, \quad v^k_{,yv_i} = u^k_{,yu_i}. \tag{8.28}$$

В соотношениях (8.26)—(8.28) принята локальная нумерация узлов и, кроме того, узел с номером $(n + 1)$ соответствует первому узлу. Подставляя соотношения (8.26)—(8.28) в выражения (8.19)—(8.21), получаем окончательный алгоритм для исследования динамического поведения упругих анизотропных элементов конструкций. После определения узловых перемещений для расчета деформированного и напряженного состояний конструкции последовательно используют геометрические соотношения Коши и обобщенный закон Гука.

Изложенный алгоритм позволяет численно исследовать напряженно-деформированное состояние элементов конструкций сложной формы при воздействии нестационарных внешних нагрузок. Алгоритм достаточно универсален, без каких-либо затруднений обобщается на случай трехмерных элементов конструкций и тел вращения, не требует постоянного хранения в явном виде матрицы жесткости конструкции, а также обращения матриц высокой размерности, его эффективность не зависит от способа нумерации узлов и формы используемых при дискретизации элементов. Устойчивость численного интегрирования ограничивается общими требованиями к системам обыкновенных дифференциальных уравнений типа (8.24).

8.4. Оценка несущей способности и надежности цилиндра из углерод-углеродного материала со структурой типа 3*D*

Надежность сложных технических объектов определяется комплексом различных свойств, таких как безопасность, долговечность, ремонтопригодность и др. [68]. Основным количественным показателем надежности является вероятность безотказной работы. Особенностью расчета надежности конструкций из волокнистых композитов является необходимость учета как случайного характера внешних нагрузок, так и статистической природы прочности УУКМ. Как показано в работах [12, 69], вероятность

безотказной работы конструкций при действии случайных внешних нагрузок в общем случае определяется следующим образом:

$$R = \int_{\Omega} f_{Q_1, Q_2, \ldots, Q_n} R'(Q_1, Q_2, \ldots, Q_n)\, d\Omega, \tag{8.29}$$

где $f_{Q_1, Q_2, \ldots, Q_n}$—совместное распределение плотности вероятности случайных нагрузок, R'—функция надежности конструкций в пространстве внешних нагрузок Ω. Закон распределения случайных нагрузок полагается заданным и, если определена функция надежности конструкции, интегрирование выражения (8.29) может быть выполнено каким-либо численным методом.

Структура подынтегрального выражения позволяет, например, эффективно использовать алгоритм Неймана [34], согласно которому

$$R = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{n} R'(Q_1^i, Q_2^i, \ldots, Q_n^i), \tag{8.30}$$

где $Q_1^i, Q_2^i, \ldots, Q_n^i$—реализации случайных величин $Q_1, Q_2, \ldots, Q_n$ с заданным законом распределения, полученные методами статистического моделирования, N—число реализаций.

Данный подход позволяет свести статистическую задачу к последовательности детерминированных краевых задач, решение которых можно получить численно. Получив таким образом функцию надежности исследуемой конструкции, можно определить вероятность ее безотказной работы для любых значений статистических параметров внешней нагрузки. Отметим, что при использовании численных методов решения краевых задач механики конструкций задача определения надежности конструкции сводится к оценке надежности большой системы со счетным числом элементов, при этом надежность каждого элемента уже определена. Элементами системы являются ячейки сетки (конечные элементы), на которой строится численное решение краевой задачи.

Точное построение функции надежности сложных систем, содержащих большое число элементов и не позволяющих проводить декомпозицию (выделение простейших подсистем с параллельной или последовательной схемами связей), а именно к такому классу систем относятся подверженные дискретизации разностной или конечно-элементной сетками конструкции, представляет достаточно сложную проблему, которая, как показано в работах [6, 8], в общем виде еще не решена.

В практических расчетах широкое распространение получили различные оценки надежности больших систем, простейшая из которых [6] имеет вид

$$\prod_{k=1}^{n} R^k \le R' \le 1 \qquad \prod_{k=1}^{n} (1 - R^k), \tag{8.31}$$

где n—число элементов, R^k—надежность элемента с номером k, определяемая как вероятность непревышения случайным тензором напряжений в элементе значений случайного тензора прочности композитного материала. Левая часть неравенства (8.31) соответствует гипотезе наислабейшего звена.

Физический смысл оценки (8.31) состоит в следующем: надежность произвольной системы не ниже надежности последовательной и не выше надежности параллельной системы, составленной из тех же самых элементов. Поэтому оценка (8.31) в практических расчетах дает очень большой разброс значений надежности системы. Переход к минимаксным границам надежности [8] позволяет значительно улучшить оценку,

$$\max \prod_{k\in\Omega_1} R^k \le R' \le \min \left[1 - \prod_{k\in\Omega_2} (1 - R^k)\right], \tag{8.32}$$

где Ω_1 и Ω_2—множества минимальных путей и сечений дискретной системы. В работе [8] показано, что правая часть неравенства (8.32) является наилучшей оценкой надежности для больших значений R' Тогда для оценки высоконадежных композитных конструкций справедливо следующее выражение:

$$R' = \min \left[1 - \prod_{k\in\Omega_2} (1 - R^k)\right]. \tag{8.33}$$

В частном случае, если система не содержит таких элементов, отказ любого из которых (отдельно взятого) приводит к потере связанности, надежность системы, определяемая выражением (8.32), в качестве нижней границы будет иметь оценку

$$\min R^k \le R', \tag{8.34}$$

не накладывающую каких-либо ограничений на способ дискретизации исследуемой конструкции и выделения критических путей и сечений в связанной системе.

Рассмотрим толстостенный полый цилиндр из углерод-углеродного композиционного материала, подверженный действию импульса внутреннего давления. Схема армирования материала цилиндра высокопрочными волокнами приведена на рис. 8.12,*б* (структура 3*D*, УУКМ типа «Кимф»). Ввиду того, что оси анизотропии не совпадают с локальным базисом цилиндрической системы координат, в толстостенной конструкции при нагружении осесимметричной нестационарной нагрузкой в виде импульса давления помимо радиальных смещений точек тела будут наблюдаться также окружные перемещения. Поэтому при анализе

напряженно-деформированного состояния толстостенного цилиндра из УУКМ необходимо рассматривать плоскую динамическую задачу в полярной системе координат.

Внешняя нестационарная нагрузка представляет действующий на внутреннюю поверхность цилиндра ($r = r_1$) импульс давления треугольной формы (рис. 8.14). Амплитуда импульса является случайной величиной, распределенной по двухпараметрическому закону Вейбулла [88] с параметром уровня q и параметром формы q^*, продолжительность импульса T, величина детерминирования. Внешняя поверхность цилиндра ($r = r_2$) свободна от внешних усилий. Пространственно-армированный материал типа $3D$ считается линейно-упругим и подчиняется обобщенному закону Гука. Армирующие волокна являются упругими вплоть до разрушения и обладают существенным разбросом предела прочности. Статистический закон распределения прочности армирующих нитей может быть аппроксимирован [27] распределением

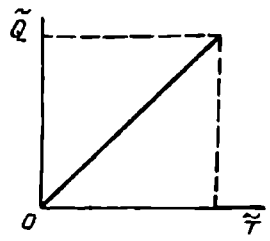


Рис. 8.14. Импульс давления, действующий на внутренней поверхности цилиндра из углерод-углеродного материала

$$P(\sigma) \quad 1 - \exp\left[-(l/l_0)^{\alpha}(\sigma/a)^{\beta}\right], \tag{8.35}$$

где a, β—параметры уровня и формы, определенные при испытании волокон длиной l_0, α—параметр масштабного эффекта прочности волокон, l—передаточная длина армирующих волокон в композите, определяемая [43] по формуле

$$l \quad 1{,}15 d_f \left[\left(1 - \sqrt{V_f}\right) / \sqrt{V_f}\right] \sqrt{E_f / G_m} \tag{8.36}$$

в которой d_f—диаметр волокна, V_f—объемная доля волокна, E_f—модуль Юнга волокна, G_m—модуль сдвига матрицы.

Численное моделирование нестационарного поведения толстостенного цилиндра из УУКМ проводили по изложенной в предыдущем разделе методике на сетке четырехугольных конечных элементов в полярной системе координат. Расчеты выполнены при следующих исходных данных:

геометрические размеры конструкции $r_1 = 0{,}5$ м, $r_2 = 1{,}0$ м;

продолжительность импульса давления $T = 50$ мкс;

материал конструкции УУКМ типа $3D$ с одинаковой плотностью элементов каркаса для каждого из трех направлений армирования;

физико-механические свойства УУКМ

$$\rho = 1700 \text{ кг/м}^3, \quad E_{11} = E_{22} = 50 \text{ ГПа}, \quad G_{12} = 350 \text{ ГПа},$$

$$\nu_{12} = 0{,}1;$$

свойства армирующих нитей

$$E_f = 350 \text{ ГПа}, \quad a = 2 \text{ ГПа}, \quad b = 4, \quad \alpha = 0{,}5, \quad V_f = 0{,}6,$$

$$d_f = 10 \text{ мкм}, \quad G_m = 50 \text{ МПа}.$$

Расчеты проводились на равномерных сетках 10×32 и 20×64 элементов с шагом интегрирования по времени $\Delta \leq 2$ мкс.

На рис. 8.15 приведено распространение упругих волн напряжений в материале толстостенного цилиндра при нагружении внутренним давлением с постоянной скоростью приложения нагрузки. Изображенное распределение радиальных напряжений σ_R в различные моменты времени по толщине цилиндра при $\varphi = 0$ показывает распространение волны сжатия от внутренней поверхности цилиндра в глубь материала. Изменение формы нестационарной нагрузки связано с геометрией исследуемой области, так как по мере распространения импульса сжатия давление распределяется на большую площадь.

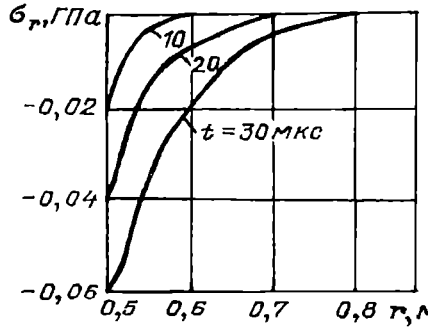


Рис. 8.15. Распространение волны напряжений в толстостенном цилиндре при различных значениях t

Устойчивость получаемого численного решения динамической задачи проверялась путем применения более густых сеток и меньшего значения шага интегрирования. Результаты, полученные на сетках 10×32 и 20×64 элемента, различались не более, чем на 1,5 % по перемещениям и на 3,5 % по напряжениям. Кроме того учитывалась симметрия исследуемой конструкции (исследовалась четверть толстостенного цилиндра), что позволило снизить затраты машинных ресурсов при численной реализации.

На рис. 8.16 приведены результаты расчета надежности толстостенного цилиндра в зависимости от величины параметра уровня q амплитуды случайного импульса внутреннего давления для различных значений параметра формы q^* закона распределения плотности вероятности амплитудного значения нестационарной нагрузки. Результаты расчета показывают, что надежность цилиндра уменьшается с ростом среднего значения импульсной нагрузки и достаточно слабо зависит от дисперсии амплитуды внутреннего давления, особенно в высоконадежной области $R \to 1$. Эти данные получены при коэффициентах вариации амплитуды импульса не более 30 %. Для данной конструкции надежность в большей степени определяется процессами разрушения на уровне структуры материала. Функция надежности цилиндра R' в пространстве параметров внешних нагрузок (в данном случае единственный параметр—амплитудное значение импульса внутреннего давления) изменяется достаточно плавно от

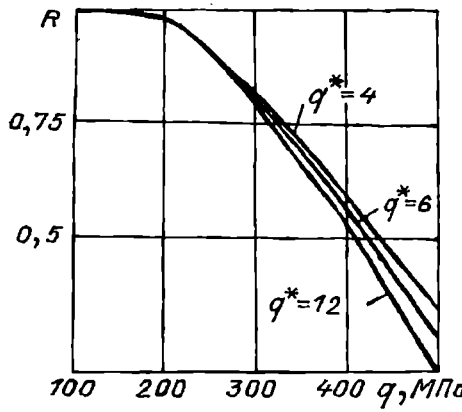


Рис. 8.16. Функции надежности толстостенного цилиндра из УУКМ типа «Кимф» при различных значениях параметра формы q^*

единицы до нуля, ее точное построение методами статистического моделирования требует больших затрат машинных ресурсов.

На рис. 8.17 приведено поперечное сечение толстостенного цилиндра, подверженного действию импульса внутреннего давления. Материал цилиндра армирован волокнами по трем направлениям (см. рис. 8.12,*б*). Из выделенных элементов обладающие наименьшей надежностью определяют согласно соотношению (8.34). Они и характеризуют надежность конструкции в целом. Первоначально ($t \leq 0{,}12$ мс) опасные области находятся на внутренней поверхности цилиндра, позднее наименее надежные элементы оказываются на внешней поверхности конструкции. Данный результат наблюдается для всех реализаций амплитуды импульса давления и объясняется волновым характером распространения напряжений в материале конструкции. Прерывистой линией на рисунке изображена граница области расслоения композиционного материала в конструкции.

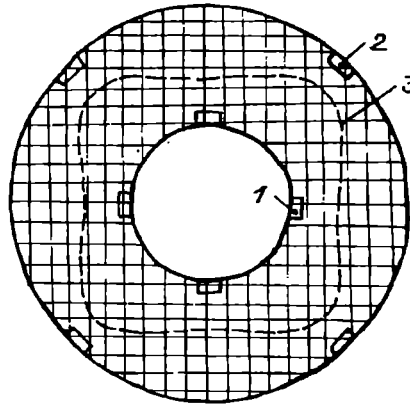


Рис. 8.17. Сечение толстостенного цилиндра из УУКМ типа «Кимф»: *1*—наименее надежное место при $t < 0{,}12$ мс, *2*—наименее надежное место при $t > 0{,}12$ мс, *3*—граница области разрушения углеродной матрицы

Следует отметить, что разрушение матрицы в композитном цилиндре происходит при надежности, близкой к единице. Например, для реализации амплитуды импульсной нагрузки

$Q_i = 200$ МПа надежность конструкции R, определяемая работоспособностью волокон, составляет 0,996, а разрушенная область занимает 50 % площади поперечного сечения (см. рис. 8.17). Полученный результат говорит о том, что для исходной схемы армирования в связи с недостаточной прочностью связующего высокие прочностные свойства армирующих волокон используются не в полной мере, так как исчерпание несущей способности конструкции происходит путем разрушения углеродной матрицы.

Для сравнения был проведен расчет для той же реализации внешней нагрузки, но при осесимметричной схеме армирования цилиндра (см. рис. 8.12,*а*). Надежность конструкции в этом случае оказалась выше ($R = 0{,}999$), разрушения материала связующего при этом не наблюдалось. Таким образом, проведена оценка надежности толстостенного цилиндра из пространственно армированного волокнистого композита при действии случайного по амплитуде импульса внутреннего давления с учетом разброса прочностных свойств армирующих волокон.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Абросимов И.А. Баженов В.Г.* Об одном методе решения численных задач динамики оболочек в уточненной постановке//Прикладные вопросы прочности и пластичности: Вып. 1. — Горький: Изд-во ГГУ, 1975. — С. 58—66.

2. *Алфутов Н.А. Зиновьев П.А., Попов Б.Г.* Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов. — М.: Машиностроение, 1984, 246 с.

3. *Анциферов В.Н., Соколкин Ю.В., Ташкинов А.А., Людаговский А.В., Ханов А.М.* Волокнистые композиционные материалы на основе титана. — М.: Наука, 1990, 136 с.

4. *Аргон А.* Статистические аспекты разрушения//Композиционные материалы: Т. 5. Разрушение и усталость: Пер. с англ. — М.: Мир, 1978. — С. 166—205.

5. *Ашкенази Е.К.* Анизотропия машиностроительных материалов. — Л.: Машиностроение, 1969, 360 с.

6. *Байхельт Ф., Франкен П.* Надежность и техническое обслуживание: Математический подход. — М.: Радио и связь, 1988, 392 с.

7. *Баландин П.П.* К вопросу о гипотезах прочности//Вестник инженеров и техников. — 1937. — № 1. — С. 19—24.

8. *Барлоу Р., Прошан Ф.* Статистическая теория надежности и испытания на безотказность. — М.: Наука, 1984, 328 с.

9. *Бенерджи П., Баттерфилд Р.* Методы граничных элементов в прикладных науках: Пер. с англ. — М.: Мир, 1984, 494 с.

10. *Богачев И.Н., Вайнштейн А.А., Волков С.Д.* Введение в статистическое металловедение. — М: Металлургия, 1972, 216 с.

11. *Богданович А.Е.* Нелинейные задачи динамики цилиндрических композитных оболочек. — Рига: Зинатне, 1987, 296 с.

12. *Болотин В.В.* Прогнозирование ресурса машин и конструкций — М.: Машиностроение, 1984, 312 с.

13. *Бреббия К., Таллес Ж., Вроубел Л.* Методы граничных элементов: Пер. с англ. — М.: Мир, 1987, 526 с.

14. *Ван Фо Фы Г.А.* Конструкции из армированных пластмасс. — Киев: Техника, 1978, 220 с.

15. *Вильдеман В.Э., Соколкин Ю.В., Ташкинов А.А.* Краевые задачи континуальной механики разрушения//Научные доклады УрО РАН. — Препр. — Пермь, 1992, 72 с.

16. *Волков С.Д.* Методы решения краевых задач механики разрушения//УНЦ АН СССР. Ин-т металлургии. — Препр. — Свердловск, 1986, 63 с.

17. *Волков С.Д.* Функция сопротивления материалов и постановки краевых задач механики разрушения//УНЦ АН СССР. Ин-т металлургии. — Препр. — Свердловск, 1986, 65 с.

18. *Волков С.Д., Ставров В.П.* Статистическая механика композитных материалов. — Минск: Изд-во БГУ, 1978, 206 с.

19. *Вотинов А.М.* Оптимизация технологии изготовления элементов конструкций из материалов на основе углерода//Труды пятого Всесоюзного симпозиума по механике конструкций из композиционных материалов. — Миасс, 1986. — С. 55.

20. *Вотинов А.М., Перминов В.П., Половников С.П.* Некоторые проблемы внедрения композиционных материалов на основе углерода//Композиционные материалы: Вып. 1—2. — М., 1984. — С. 49.

21. *Ву Э.* Прочность и разрушение композитов//Композиционные материалы: Т. 5. Разрушение и усталость: Пер. с англ. — М.: Мир, 1978. — С. 206—266.

22. *Ву Э.* Феноменологические критерии разрушения анизотропных сред//Композиционные материалы: Т. 2. Механика композиционных материалов: Пер. с англ. — М.: Мир, 1978. — С. 401—491.

23. Вычислительные методы в гидродинамике: Пер. с англ. /Под ред. Б. Олдера — М.: Мир, 1967, 430 с.

24. *Вяткин С.Е.* и др. Ядерный графит — М.: Атомиздат, 1967, 325 с.

25. *Гуняев Г.М.* Структура и свойства полимерных волокнистых композитов — М.: Хнмия, 1981, 232 с.

26. *Гурланд Дж.* Разрушение композитов с дисперсными частицами в хрупкой матрице//Композициоиные материалы: Т. 5. Разрушение и усталость: Пер. с аигл. — М.: Мир, 1978. — С. 58—105.

27. *Гутанс Ю.А., Тамуж В.П.* К масштабному эффекту распределения Вейбулла прочности волокон // Механика композитных материалов. — 1984. — № 6. — С. 1107—1109.

28. *Де Бор К.* Практическое руководство по сплайнам. — М.: Радио и связь, 1985, 304 с.

29. *Делнест Л., Перес Б.* Неупругая модель из конечных элементов для четырехнаправленного углерод-углеродного композиционного материала//Аэрокосмическая техника. — 1984. — Т. 2, № 6. — С. 3—11.

30. Деформирование, разрушение и прочность полимерных композициоиных материалов. Обзор статистических моделей разрушения: Отчет по НИР//Институт механики МГУ им. М.В. Ломоносова; Руководитель В.П. Нетребко. — № ГР 01870012010. — М., 1988, 124 с.

31. *Дубровских Э.В., Лапшина И.Ф.* Аналитическое описание структуры волокнистых композитов типа 5d//Численное моделирование статического и динамического деформироваиия конструкций. — Свердловск: УрО АН СССР, 1990. — С. 119—121.

32. *Дубровских Э.В., Лапшина И.Ф.* Аналитическое описание структуры композитов, армироваиных длинными волокнами в трех направлеииях//Деформирование и разрушение композиционных матерналов. — Свердловск: УрО АН СССР, 1988. — С. 18—20.

33. *Дэшмин С.* Научные основы вакуумной техники: Пер. с англ. — М.: Мир, 1964, 390 с.

34. *Ермаков С.М., Михайлов Г.А.* Статистическое моделирование. — М.: Наука, 1982, 296 с.

35. *Зенкевич О., Морган К.* Конечные элементы и аппроксимация: Пер. с англ. — М.: Мир, 1986, 318 с.

36. *Ильгамов М.А., Иванов В.А., Гулин Б.В.* Расчет оболочек с упругим заполнителем. — М.: Наука, 1987, 264 с.

37. Искусственный графит/В.С. Островский, Ю.С. Виргильев, В.И. Костиков, Н.Н. Шипков. — М.: Металлургия, 1986, 272 с.

38. Исследование упругих характеристик полимерных композиционных материалов, армированных тканями: Отчет по НИР//Институт механики МГУ им. М.В. Ломоносова; Руководители В.П. Нетребко, Б.Е. Победря. — № ГР 01870012010. — М., 1988, 136 с.

39. *Каверов А.Т.* Физико-химические основы получения углеродных волокнистых материалов // Структура и свойства углеродных материалов. — М.: Металлургия, 1987. — С. 74—81.

40. *Калнин И.Л.* Поверхность углеродных волокон, ее модифицирование и влияние на разрушение высокомодульных углепластиков//Разрушеиие композитных материалов. — Рига: Зииатне, 1979. — С. 221—230.

41. *Калнин И.Л.* Трещииы и дефекты в углеродных волокиах//Прочность и разрушение композитных материалов. — Рига: Зинатне, 1983. — С. 48—56.

42. *Квитка А.Л., Ворошко П.П., Бобрицкая С.Д.* Напряженно-деформированное состояние тел вращения. — Киев: Наукова думка, 1977, 209 с.

43. Композиционные материалы: В 8 т.; Пер. с англ.; Т. 5. Разрушение и усталость/Под. ред. Л. Браутмана, Р. Крока. — М.: Мир, 1978, 448 с.

44. Композиционные материалы: Справочник/Под ред. В.В. Васильева, Ю.М. Тарнопольского. — М.: Машиностроение, 1990, 512 с.

45. Композиционные материалы: Справочник/Под ред. Д.М. Карпиноса. — Киев: Наукова думка, 1985, 592 с.

46. *Конкин А.А.* Углеродные и другие жаростойкие материалы. — М.: Химия, 1974, 306 с.

47. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. — М.: Наука, 1984, 832 с.

48. *Крауч С., Старфилд А.* Методы граничных элементов в механике твердого тела: Пер. с англ. — М.: Мир, 1987, 328 с.

49. *Кристенсен Р.* Введение в механику композитов: Пер. с англ. — М.: Мир, 1987, 328 с.

50. *Кряжев Ю.Г., Свищенко В.П., Радимов Н.П.* Использование нефтяных и каменноугольных пеков для получения углеродных волокон и композиционных материалов. — М.: НИИТЭХИМ, 1982.

51. *Купер Г.А.* Микромеханические аспекты разрушения//Композиционные материалы: Т. 5. Разрушение и усталость: Пер. с англ. — М.: Мир, 1978. — С. 440—475.

52. *Лехницкий С.Г.* Теория упругости анизотропного тела.— М.: Наука, 1977, 296 С.

53. *Лифшиц И.М., Розенцвейг Л.Н.* О построении тензора Грина для основного уравнения теории упругости в случае неограниченной упруго-анизотропной среды//ЖЭТФ. — 1947. — Т. 17, № 9. — С. 783—787.

54. *Лихнов П.П.* Динамика системы цилиндр — оболочка. — М.: Машиностроение, 1988, 152 с.

55. *Макалистер Л., Лакман У.* Многонаправленные углерод-углеродные композиты//Прикладная механика композитов: Пер. с англ. — М.: Мир, 1989. — С. 226—294.

56. *Мостовой Г.Е., Дергунов Н.Н., Работнов Ю.Н., Ануфриев Ю.П.* Исследование физико-механических свойств углеродных волокон при повышенных температурах//Механика полимеров. — 1977. — № 4. — С. 626—630.

57. *Партон В.З., Морозов Е.М.* Механика упруго-пластического разрушения. — М.: Наука, 1986, 502 с.

58. *Перепелкин К.Е., Школяр М.С., Портной О.А.* Текстильные материалы на основе углеродных волокон и методы определения их свойств. — М.: НИИТЭХИМ, 1985.

59. *Перминов В.П., Вотинов А.М., Прахов Ю.А.* Влияние технологии получения деталей на основе углерода на эксплуатационные характеристики//Труды четвертой межотраслевой школы по проблемам проектирования конструкций. — Тбилиси, 1983. — С. 27.

60. *Перминов В.П., Вотинов А.М., Тараканов А.И.* Некоторые проблемы оценки несущей способности конструкций из углеродных композиционных материалов//Труды четвертой межотраслевой школы по проблемам проектирования конструкций. — Тбилиси, 1983. — С. 26.

61. *Победря Б.Е.* Механика композиционных материалов. — М.: Изд-во МГУ, 1984, 336 с.

62. *Победря Б.Е.* Численные методы теории упругости и пластичности — М.: Изд-во МГУ, 1981, 344 с.

63. *Постных А.М., Соколкин Ю.В., Чекалкин А.А.* Динамическое поведение системы цилиндрическая оболочка — наполнитель//Прочностные и динамические характеристики машин и конструкций. — Пермь: ПермПИ, 1988. — С. 3—7.

64. Приборы и методы физического металловедения: Вып. 1; Пер. с англ./Под ред. Ф. Вейнберга. — М.: Мир, 1973, 278 с.

65. Пространственно-армированные композиционные материалы: Справочник/Ю.М. Тарнопольский, И.Г. Жигун, В.А. Поляков. — М.: Машиностроение, 1987, 227 с.

66. Разработка математических методов прогнозирования деформационных и прочностных свойств анизотропных материалов и конструкций: Отчет по НИР//Перм.

политехн. ин-т; руководитель Ю.В. Соколкин. № ГР 01870033721. Пермь, 1987, 59 с.

67. Разрушение конструкций из композитных материалов/Под ред. В.П. Тамужа, В.Д. Протасова. — Рига: Зинатне, 1986, 264 с.

68. Расчет термонапряжений и прочности роторов и корпусов турбин/К.В. Фролов, Ю.Л. Израилев, Н.А. Махутов и др. — М.: Машиностроение, 1988, 293 с.

69. *Ржаницын А.Р.* Теория расчета строительных конструкций на надежность. М.: Стройиздат, 1978, 239 с.

70. *Розен В.У., Дау Н.Ф.* Механика разрушения волокнистых композитов//Разрушение: Т. 7. Разрушение неметаллов и композитных материалов. Ч. 1. Неорганические материалы: Пер. с англ. — М.: Мир, 1976. — С. 300—336.

71. Ртутная порометрия: Методические указания к лабораториой работе//Ленинградский технологический ин-т. — Л., 1985, 31 с.

72. *Самарский А.А.* Введение в численные методы. — М.: Наука, 1982, 272 с.

73. *Си Дж.* Механика разрушения композитных материалов//Разрушение композитных материалов. — Рига: Зинатне, 1979. — С. 107—119.

74. *Скрипко Г.А., Свидерский В.П.* Антифрикционные теплостойкие полимеры. — Киев: Техника, 1978.

75. *Скудра А.М., Булавс Ф.Я.* Структурная теория армированных пластиков. — Рига: Зинатне, 1978, 328 с.

76. *Соколкин Ю.В.* О методе вычисления многоточечных моментных функций полей деформаций и напряжений в микронеоднородных средах//Структурно-механическое исследование композиционных материалов и конструкций. — Свердловск: УНЦ АН СССР, 1984. — С. 12—14.

77. *Соколкин Ю.В., Миронович Л.И.* О методе расчета структурных напряжений в эластомерных композитах//Краевые задачи теории упругости и вязкоупругости. — Свердловск: УНЦ АН СССР. — С. 3—19.

78. *Соколкин Ю.В., Ташкинов А.А.* Механика деформирования и разрушения структурно неоднородных тел. — М.: Наука, 1984, 116 с.

79. *Соколкин Ю.В., Ташкинов А.А.* Статистические модели деформирования и разрушения композитов//Механика композитных материалов. — 1984. — № 5. — С. 844—849.

80. *Соколкин Ю.В., Ташкинов А.А., Шавшуков В.Е.* Прогнозироваиие физико-механических свойств пироуглеродной матрицы в углеродных армированных материалах//Композиционные материалы. Сер. Технология. — 1993. — № 1. — С. 43—51.

81. Справочник по композиционным материалам: Кн. 1; пер. с англ./Под ред. Дж. Любина. — М.: Машиностроение, 1988, 448 с.

82. Строение и свойства авиационных материалов/Под ред. А.Ф. Белова, В.В. Николенко. — М.: Металлургия, 1989, 368 с.

83. *Танкеева М.Г., Ташкинов А.А., Соколкин Ю.В., Постных А.М.* Структурно-феноменологический подход к оценке прочности композитных конструкций//Научные доклады УрО АН СССР. — Препр. — Свердловск, 1989, 79 с.

84. *Теснер П.А.* Образование углерода из углеводородов газовой фазы. — М.: Химия, 1972, 136 с.

85. Углеродные волокна и углекомпозиты: Пер. с англ./Под ред. Э. Фитцера. — М.: Мир, 1988, 336 с.

86. *Фиалков А.С.* Формирование структуры и свойств углеграфитовых материалов на основе углерода. — М.: Металлургия, 1975, 376 с.

87. *Фудзии Т., Дзако М.* Механика композитных материалов: Пер. с англ. — М.: Мир, 1982, 232 с.

88. *Хастингс Н., Пикок Ф.* Справочник по статистическим распределениям: Пер. с англ. — М.: Статистика, 1980, 95 с.

89. *Херцберг Р.В.* Деформация и механика разрушения конструкционных материалов. — М.: Металлургия, 1989, 576 с.

90. *Чамис К.* Микромеханические теории прочности: Пер. с англ.//Композиционные материалы: Т. 5. Разрушение и усталость. — М.: Мир, 1978. — С. 106—165.

91. *Шермергор Т.Д.* Теория упругости микронеоднородных сред. — М.: Наука, 1977, 400 с.

92. Электротермические процессы химической технологии/Под ред. В.А. Ершова. — Л.: Химия, 1984, 464 с.

93. *Chamis C.C.* Simplified composite micromechanics equation for strength, fracture toughness and environmental effects//SAMPE Quarterly. — 1984. — V. 15, No. 4. — P. 41—51.

94. *Chatterjee S.N., VcLaughlin P.V., Lowe D.L.* An investigation of tensile and sear strengths of 3D carbon/carbon composites//Proceedings of AIAA/ASME/SAE 17-th Structural Dyn. and Mater. Conf., Prussia, Pa. — 1977. — P. 184—192.

95. *Delnest L., Perez B.* An inelastic finite element model of 4D carbon-carbon composites//AIAA Journal. — 1983. — V. 21, No. 8. — P. 1143—1149.

96. *Kim H.C., Yoon K.J., Pickering R., Sherwood P.J.* Fracture toughness of 2D carbon fibre reinforced carbon composites//Journal of Materials Science. — 1985. — V. 20. — P. 3967—3975.

97. *Kimura S., Yasuda E., Tanabe Y.* Microstructure and fracture behaviour of unidirectionally reinforced carbon fiber/carbon composites//Progress in Science and Engineering of Composites. Proc. of Int. Conf. ICCM-10, Tokyo. — 1982. — V. 2. — P. 1601—1608.

98. *R'Mili M., Rouby D., Fantozzi G.* Energy toughness parameters of 2D Carbon Fibre Reinforced Carbon Composites//JNC 6: C.r. Gemes Journees Nat. Compos., Paris, 11-13 Oct. 1988. — P. 439—450.

99. *Sugawara N. et al.* Mechanical properties of RCCP composite of various types of material//Int. J. of Cement & Concrete. — 1989. — No. 512. — P. 9—15.

100. *Thomas C&R&, Walker E.J.* Carbon-carbon composites//Mater. Aerosp. Proc., 2-nd — 4th Apr., Lond. — 1986. — V. 1. — P. 138—165.

101. *Zhenlong G., Qunyao G., Zhang W.* Nonlinear bimodulus model and strength criterion of 3D carbon-carbon material//Journal of Composite Materials. — 1989. — V. 23, No. 10.— P. 988—996.